

بہ نام یکتا پروردگار مہربان

جلسہ نہم آموزش الکترونیکی

فیزیک عمومی (۱)

مدرس: عظیمہ ولایتی

بارم بندی :

حضور منظم در کلاس : ۲ نمره

حل تمرین : ۴ نمره

امتحان پایان ترم : ۱۴ نمره

آدرس وبسایت مدرس جهت دانلود PDF جزوات :

<http://velayati.professora.ir>

ارسال حل تمرین ها از طریق :

- وب سایت
- az.velayati1429@gmail.com
- @az_velayati

آشنایی با بردارها :

❖ کمیت هایی که اندازه ، یکا و جهت دارند بردار نامیده می شوند :

مثل : نیرو، جابجایی ، سرعت ، شتاب و ...

❖ جمع ، تفریق و ضرب کمیت های نرده ای از قوانین ساده ی جبری استفاده می کنیم.

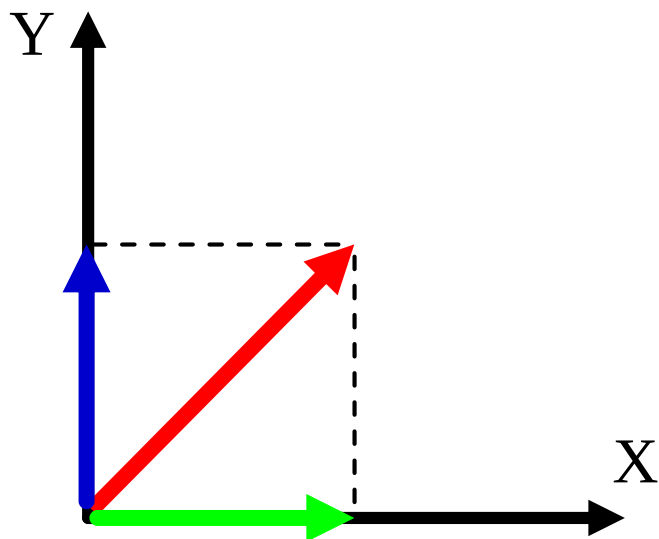
❖ جمع، تفریق و ضرب بردارها از قوانین خاصی پیروی می کند.

❖ برای یادگیری این قوانین باید ابتدا با تجزیه ی بردار آشنا شویم.

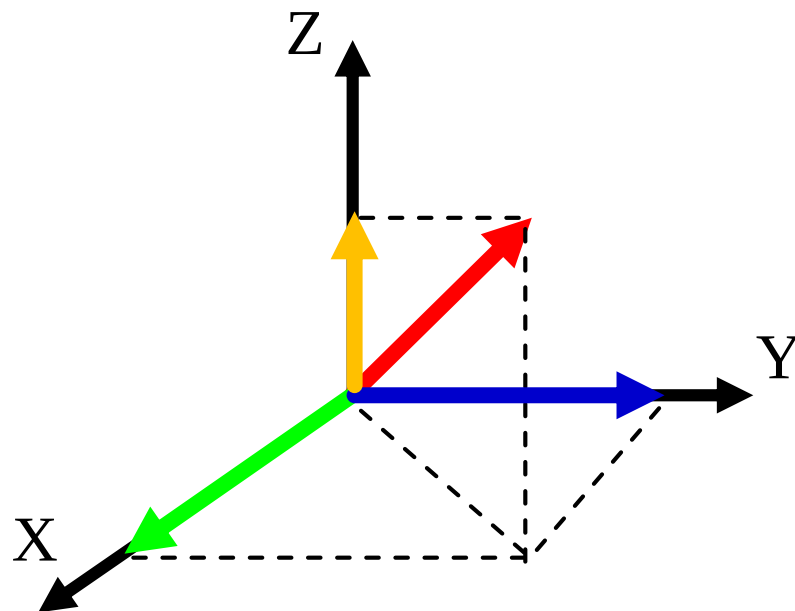
تجزیه ی بردارها :

❖ تجزیه ی بردار به معنای یافتن مولفه های X ، Y و Z آن بردار است.

فضای دو بعدی



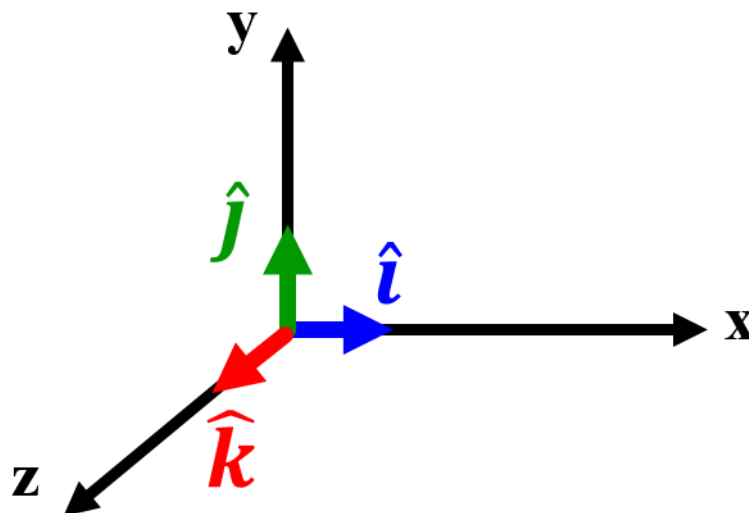
فضای سه بعدی

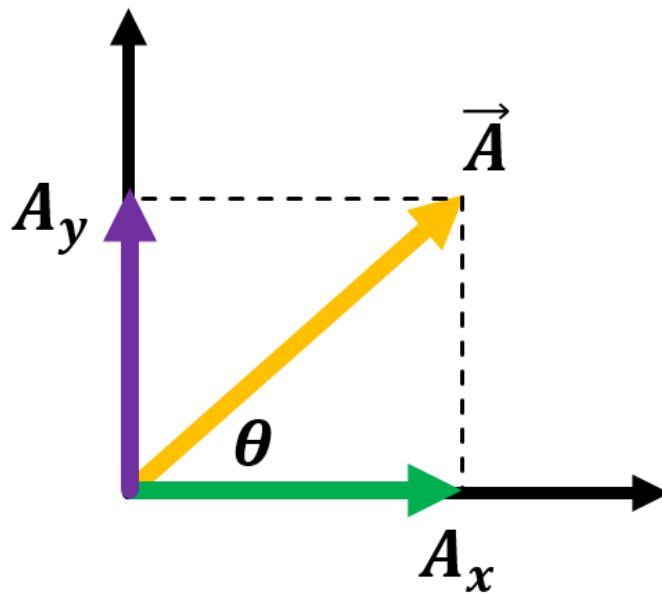


تجزیه ی بردارها در فضای دو بعدی :

بردارهای یکه :

بردارهایی با طول ۱ واحد در جهت مثبت محورهای مختصات



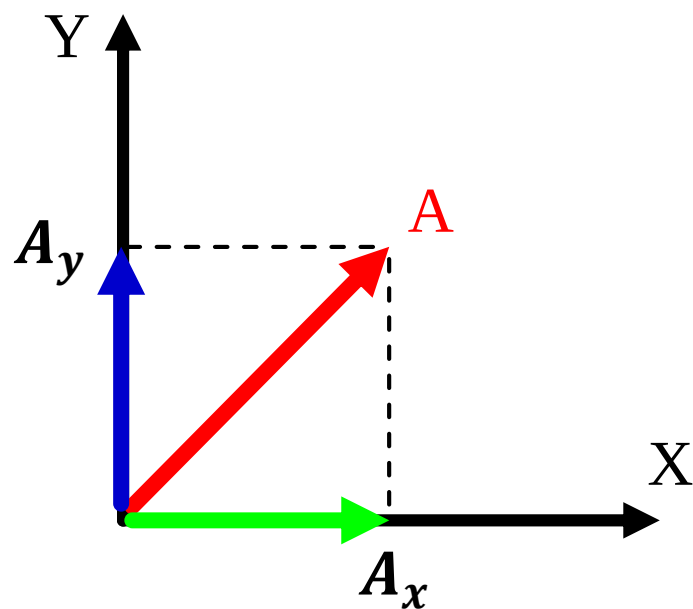
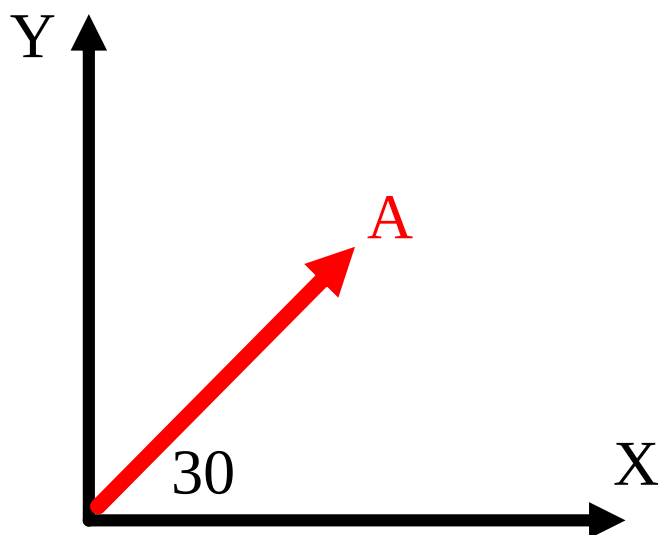


$$\begin{cases} A_x = A \cos \theta \\ A_y = A \sin \theta \end{cases}$$

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

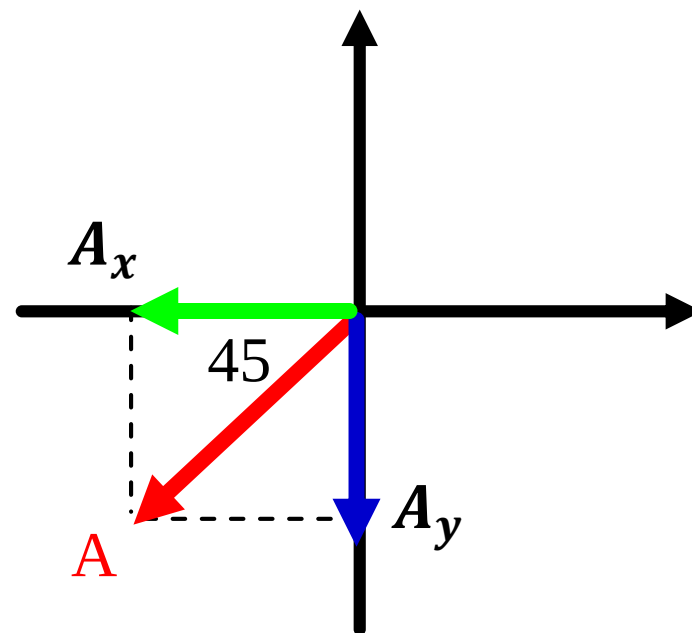
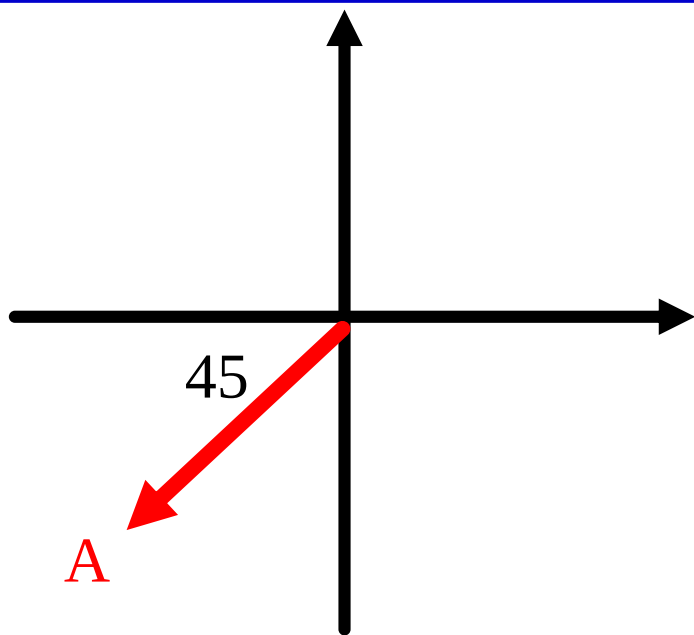
بردار تجزیه شده

مثال : در شکل زیر با فرض این که طول بردار A برابر ۲ باشد، بردار را تجزیه کنید.



$$\begin{cases} A_x = A \cos \theta = (2) \cos 30 = (2)(0.8) = 1.6 \\ A_y = A \sin \theta = (2) \sin 30 = (2)(0.5) = 1 \end{cases} \Rightarrow \vec{A} = 1.6\hat{i} + \hat{j}$$

مثال : در شکل زیر با فرض این که طول بردار A برابر ۳ باشد، بردار را تجزیه کنید.



$$\begin{cases} A_x = A \cos \theta = (3) \cos 45 = (3)(0.7) = 2.1 \\ A_y = A \sin \theta = (3) \sin 45 = (3)(0.7) = 2.1 \end{cases} \Rightarrow \vec{A} = -2.1\hat{i} - 2.1\hat{j}$$

جمع بردارها :

برای جمع دو یا چند بردار باید:

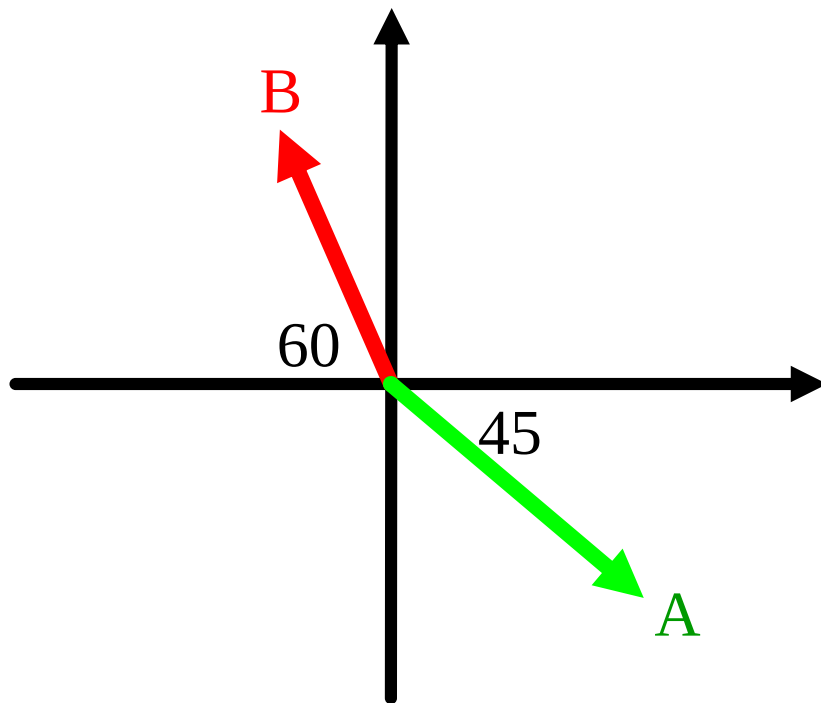
❖ ابتدا تک تک بردارها را تجزیه می کنیم.

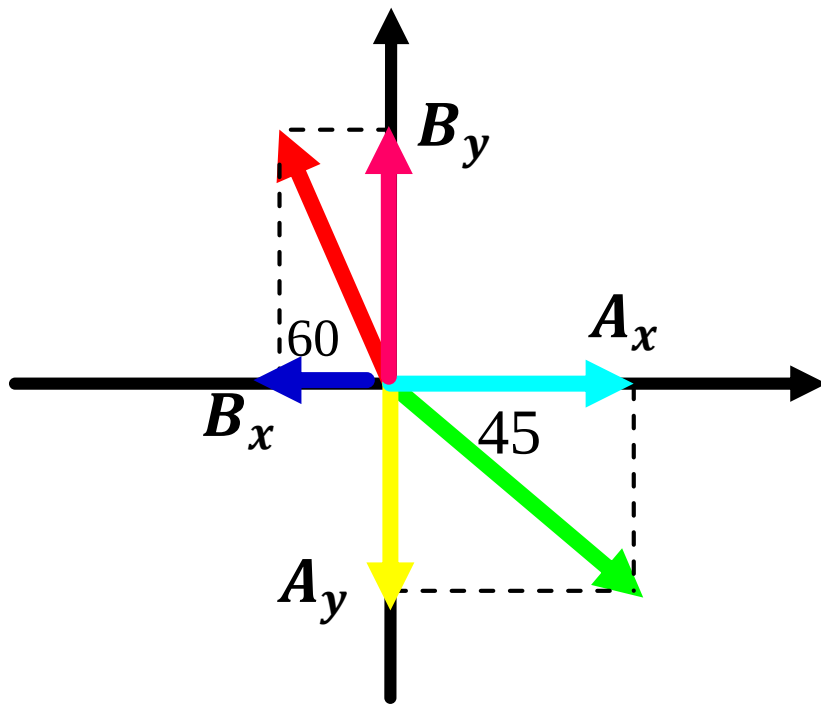
❖ مولفه های X بردارها را با هم جمع می کنیم.

❖ مولفه های Y را با هم جمع می کنیم.

❖ بردار برآیند را می نویسیم.

مثال : در شکل زیر با فرض این که طول بردار A برابر ۲ و طول بردار B برابر ۱ باشد برآیند دو بردار را محاسبه کنید.





$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

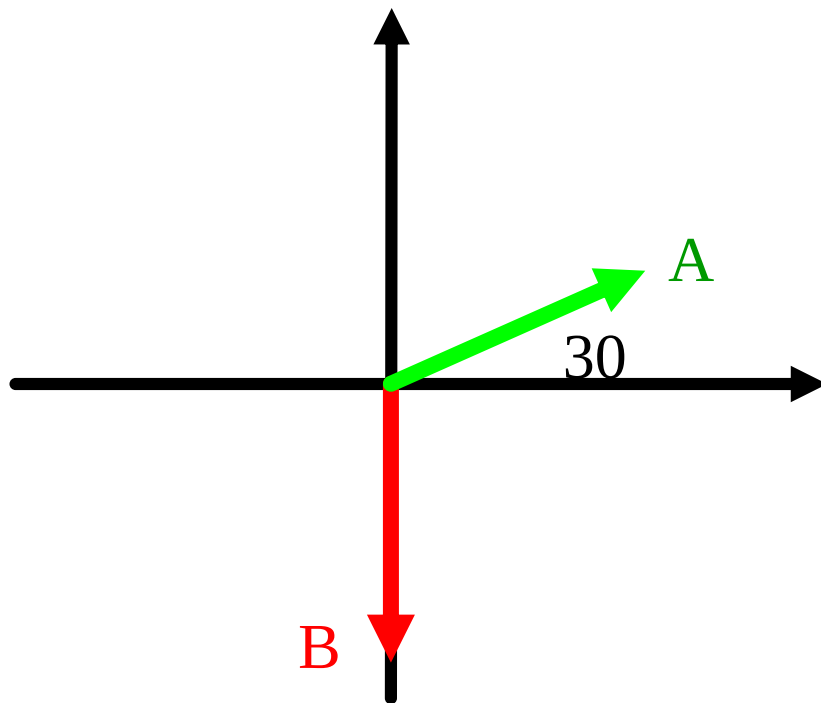
$$\vec{R} = (1.4 - 0.5)\textcolor{red}{i} + (-1.4 + 0.8)\textcolor{red}{j}$$

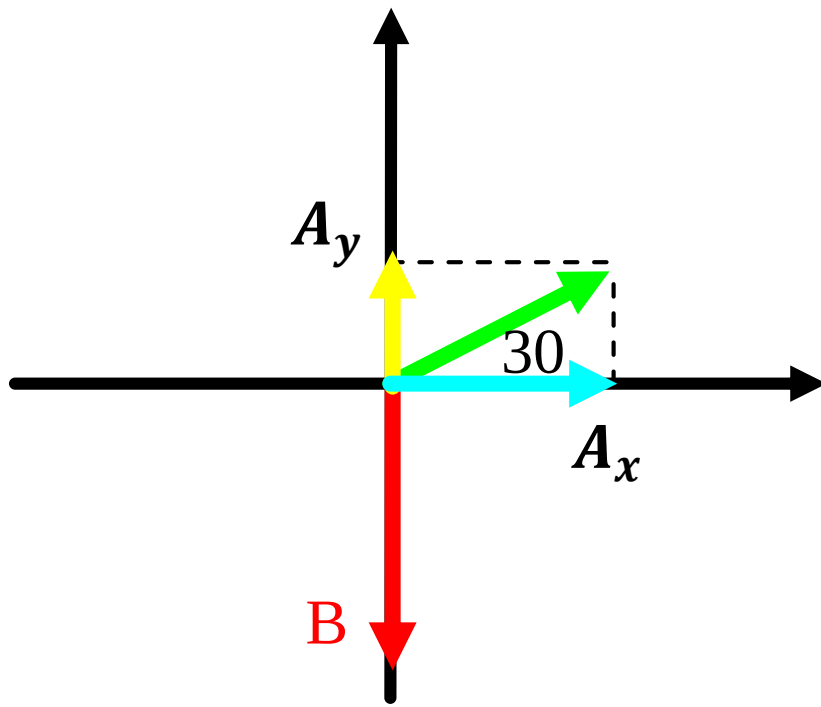
$$\vec{R} = 0.9\textcolor{red}{i} - 0.6\textcolor{red}{j}$$

$$\begin{cases} A_x = A \cos \theta = (2) \cos 45 = (2)(0.7) = 1.4 \\ A_y = A \sin \theta = (2) \sin 45 = (2)(0.7) = 1.4 \end{cases} \Rightarrow \vec{A} = 1.4\textcolor{red}{i} - 1.4\textcolor{red}{j}$$

$$\begin{cases} B_x = B \cos \theta = (1) \cos 60 = (1)(0.5) = 0.5 \\ B_y = B \sin \theta = (1) \sin 60 = (1)(0.8) = 0.8 \end{cases} \Rightarrow \vec{B} = -0.5\textcolor{red}{i} + 0.8\textcolor{red}{j}$$

مثال : در شکل زیر با فرض این که طول بردار A برابر ۱ و طول بردار B برابر ۳ باشد برآیند دو بردار را محاسبه کنید.





$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{R} = 0.8\hat{i} + (0.5 - 3)\hat{j}$$

$$\vec{R} = 0.8\hat{i} - 2.5\hat{j}$$

$$\begin{cases} A_x = A \cos \theta = (1) \cos 30 = (1)(0.8) = 0.8 \\ A_y = A \sin \theta = (1) \sin 30 = (1)(0.5) = 0.5 \end{cases} \Rightarrow \vec{A} = 0.8\hat{i} + 0.5\hat{j}$$

$$\begin{cases} B_x = B \cos \theta = (3) \cos 90 = (3)(0) = 0 \\ B_y = B \sin \theta = (3) \sin 90 = (3)(1) = 3 \end{cases} \Rightarrow \vec{B} = -3\hat{j}$$

ضرب داخلی

ضرب بردارها

ضرب خارجی



ضرب داخلی بردارها :

اگر دو بردار A و B برحسب بردارهای یکه معلوم باشند برای محاسبه ضرب داخلی (نقطه ای - اسکالر) دو بردار به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\begin{cases} \vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \\ \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \end{cases}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

مثال : حاصلضرب داخلی دو بردار زیر را محاسبه کنید :

$$\begin{cases} \vec{A} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k} \\ \vec{B} = 2\hat{i} + \hat{k} \end{cases}$$

حل :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (-1)(2) + (2)(0) + (5)(1) = 3$$

ضرب خارجی بردارها :

اگر دو بردار A و B برحسب بردارهای یکه معلوم باشند برای محاسبه ضرب خارجی (برداري) دو بردار به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\begin{cases} \vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \\ \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\vec{A} \times \vec{B} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \\
&= \hat{i} \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} - \hat{j} \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} + \hat{k} \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix} \\
&= \hat{i} (A_y B_z - A_z B_y) - \hat{j} (A_x B_z - A_z B_x) \\
&\quad + \hat{k} (A_x B_y - A_y B_x)
\end{aligned}$$

مثال : حاصلضرب $A \times B$ را برای دو بردار زیر محاسبه کنید :

$$\begin{cases} \vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} \\ \vec{B} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + \hat{k} \end{cases}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & -4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i} \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} - \hat{j} \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + \hat{k} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i} [(2)(1) - (0)(-4)] - \hat{j} [(3)(1) - (0)(2)] \\ + \hat{k} [(3)(-4) - (2)(2)] = 2\hat{i} - 3\hat{j} - 16\hat{k}$$

تمرین :

حاصلضرب $A \times B$ و $A \cdot B$ را برای دو بردار زیر بدست آورید .

$$\begin{cases} \vec{A} = -5\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k} \\ \vec{B} = 3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k} \end{cases}$$