

بہ نام یکتا پروردگار مہربان

جلسہ نہم آموزش الکترونیکی ایستایی (۱) و محاسبات فنی (۱)

مدرس : عظیمہ ولایتی

روش های ارسال حل تمرین ها :



az.velayati1429@gmail.com



az_velayati



azimeh.1429

خواص هندسی سطوح :

گشتاور دوم سطح (ممان اینرسی) :

✓ عبارت است از : عامل مقاوم در برابر خمش

✓ ممان اینرسی را با I نمایش می دهیم :

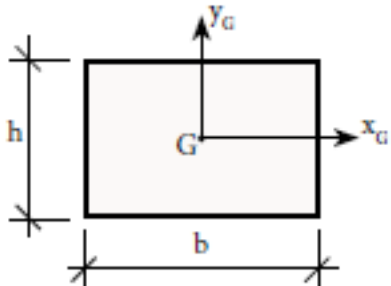
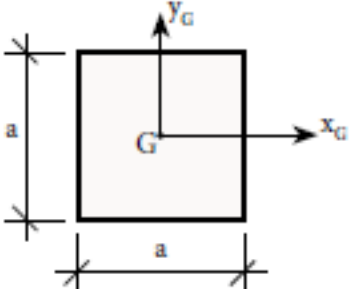
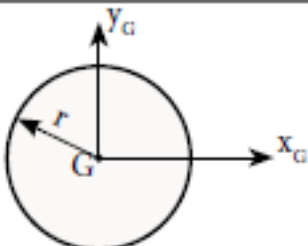
❖ I_x یعنی ممان اینرسی نسبت به محور x

❖ I_y یعنی ممان اینرسی نسبت به محور y

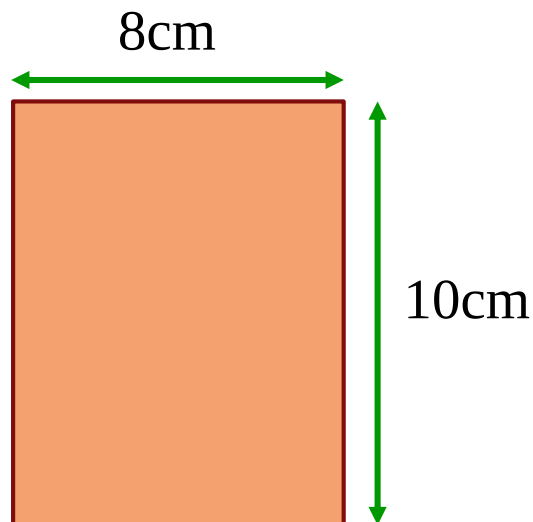
✓ واحد ممان اینرسی طول به توان ۴ است : cm^4 و m^4 و ...

ممان اینرسی برخی سطوح ساده

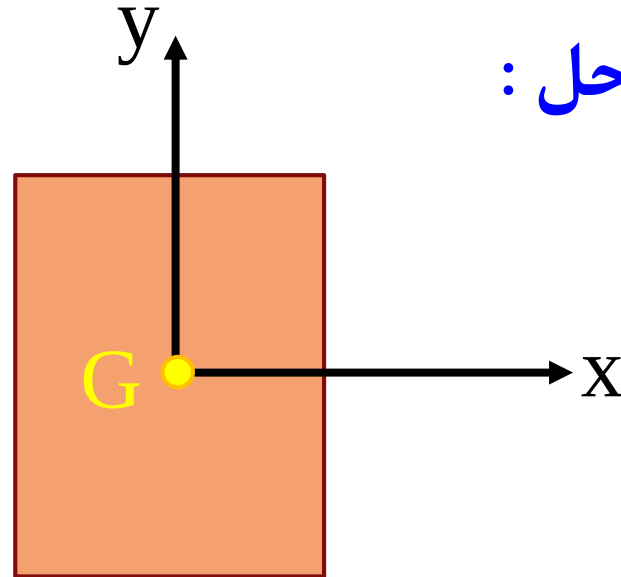
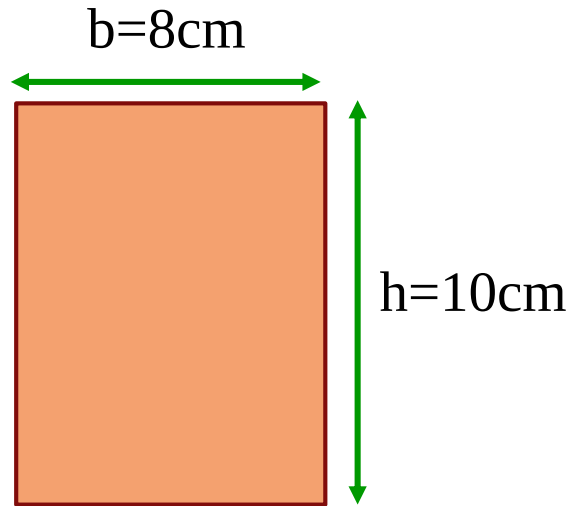
نسبت به محورهای مرکزی آن ها :

نام سطح	شکل هندسی	I_{x_G}	I_{y_G}
مستطیل		$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$
مربع		$\frac{a^4}{12}$	$\frac{a^4}{12}$
دایره		$\frac{\pi r^4}{4}$	$\frac{\pi r^4}{4}$

مثال: گشتاور دوم (ممان اینرسی) سطح مستطیل زیر را نسبت به محورهای مرکزی آن محاسبه کنید.



حل :



$$I_{xG} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(8)(10)^3}{12} = 666.6cm^4$$

ممان اینرسی نسبت به محور X

$$I_{yG} = \frac{hb^3}{12} = \frac{(10)(8)^3}{12} = 426.6cm^4$$

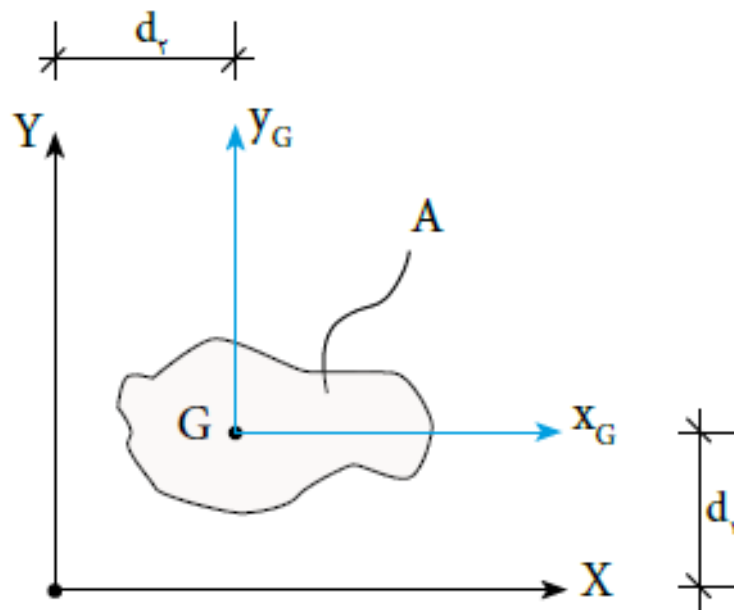
ممان اینرسی نسبت به محور Y



قضیه محورهای موازی :

محاسبه ممان اینرسی نسبت به محورهایی که موازی محورهای مرکزی باشند.

ممان اینرسی یک سطح نسبت به محورهایی که موازی محور مرکزی باشند برابر است با ممان اینرسی آن سطح نسبت به محورهای مرکزی به اضافه ی حاصل ضرب مساحت در مجذور فاصله ی محور مورد نظر تا مرکز سطح.

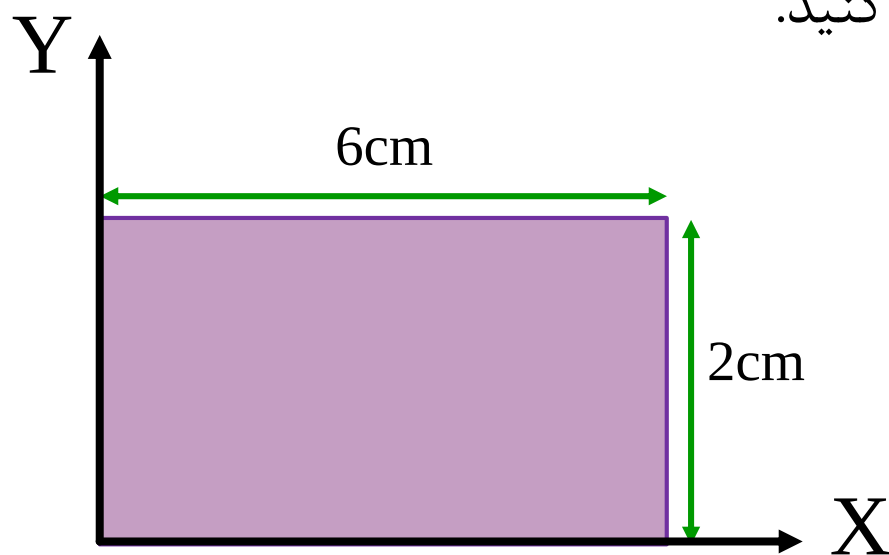


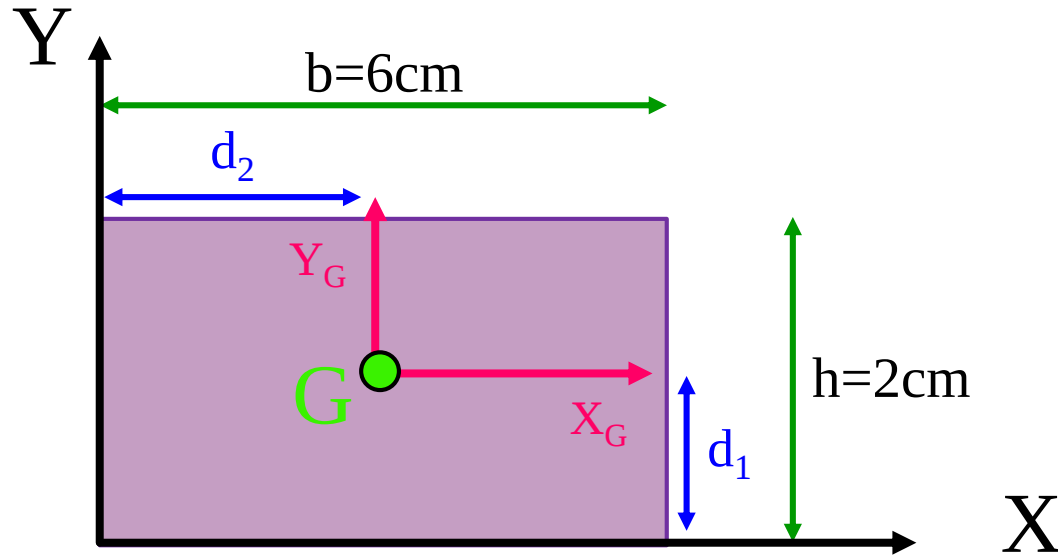
$$I_X = I_{xG} + Ad_1^2$$

$$I_Y = I_{yG} + Ad_2^2$$



مثال: گشتاور دوم (ممان اینرسی) سطح مستطیل زیر را نسبت به محورهای X و Y محاسبه کنید.





$$I_{xG} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(6)(2)^3}{12} = 4\text{cm}^4 \quad I_{yG} = \frac{hb^3}{12} = \frac{(2)(6)^3}{12} = 36\text{cm}^4$$

$$I_X = I_{xG} + Ad_1^2 = 4 + (12)(1)^2 = 16\text{cm}^4$$

$$I_Y = I_{yG} + Ad_2^2 = 36 + (12)(3)^2 = 144\text{cm}^4$$

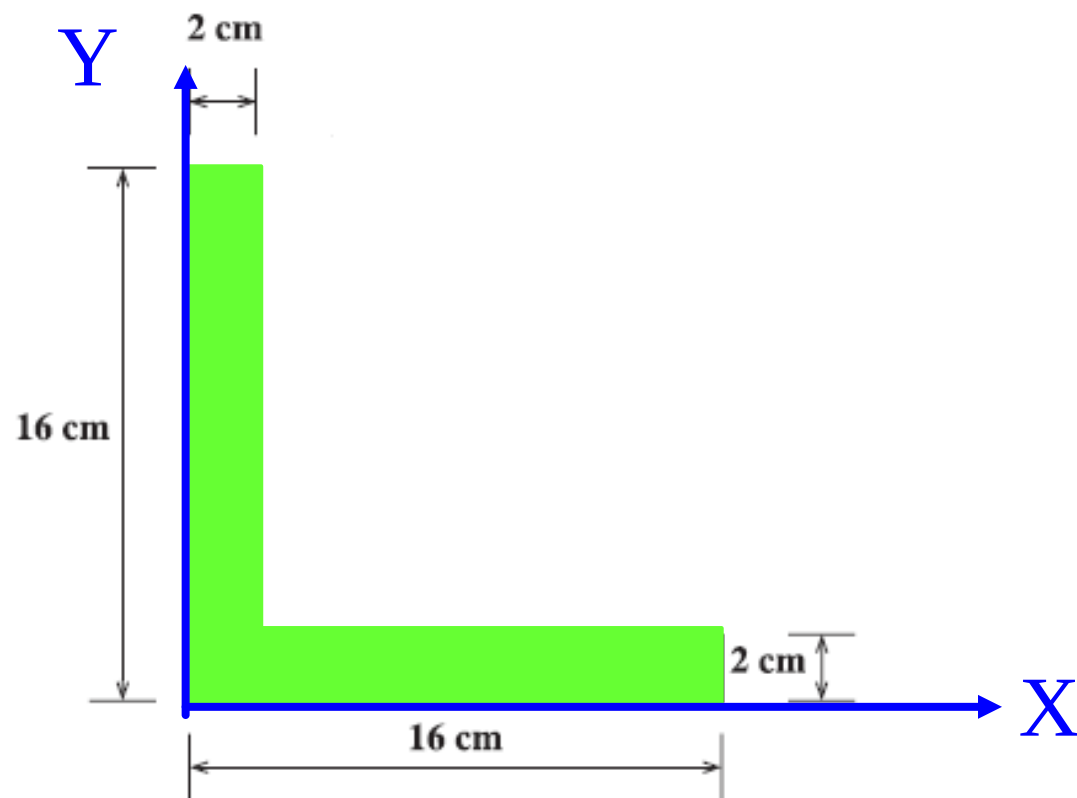
ممان اینرسی سطوح مرکب:

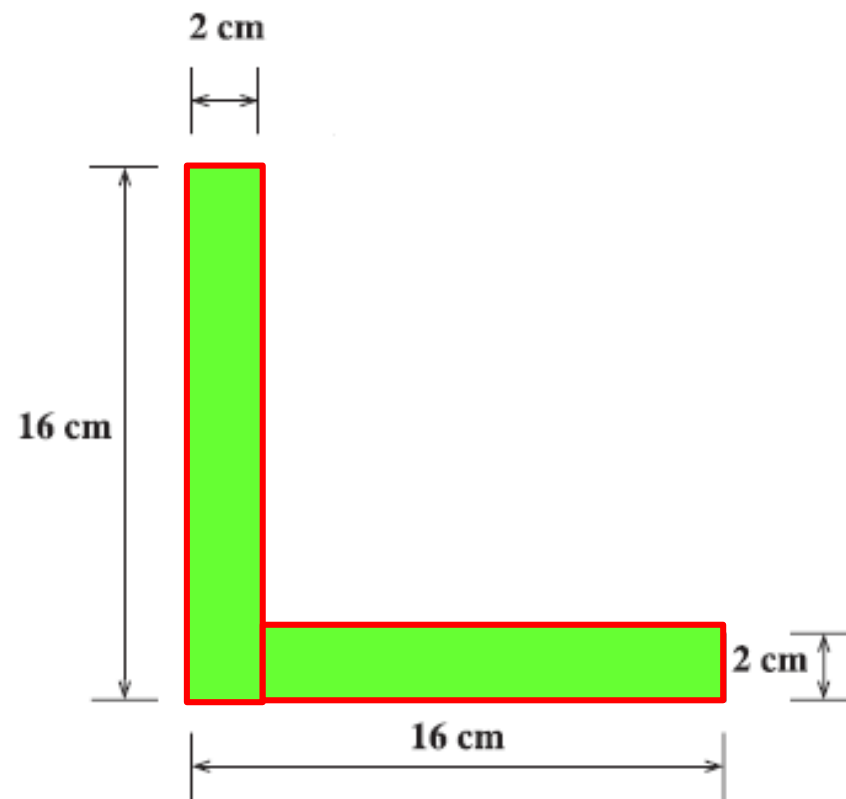
✓ برای محاسبه ممان اینرسی سطوح مرکب ، آن ها را به سطوح ساده تر تجزیه کرده ، سپس ممان اینرسی هر یک از آن ها را نسبت به محور مورد نظر محاسبه و در نهایت با یکدیگر جمع می کنیم.

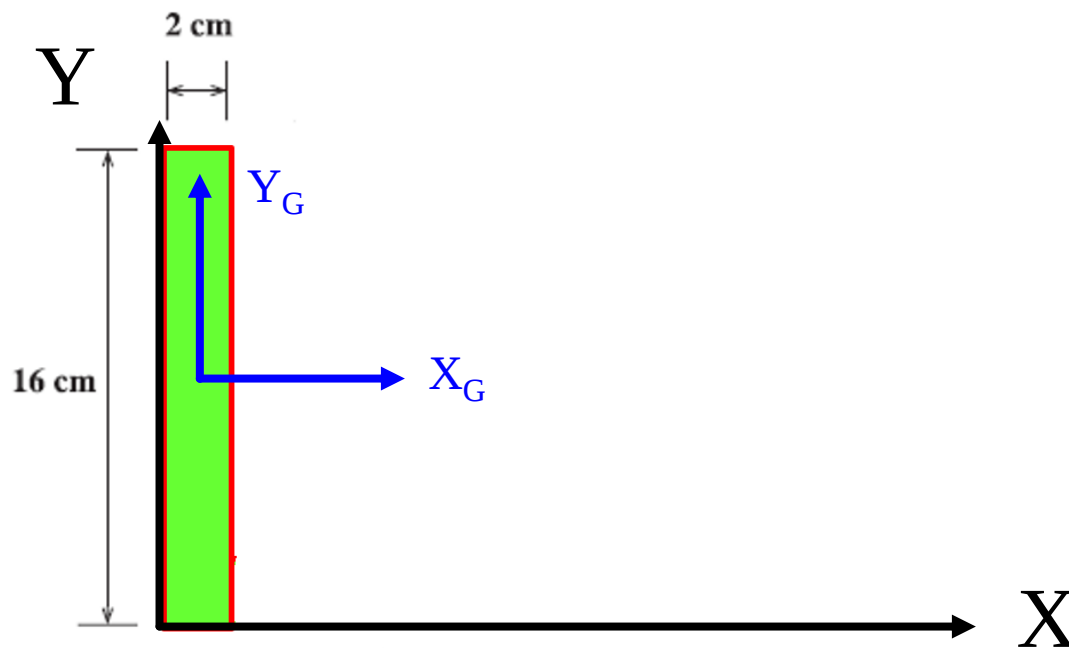
$$I_X = (I_{xG1} + A_1 d_1^2) + (I_{xG2} + A_2 d_2^2) + \dots$$

$$I_Y = (I_{yG1} + A_1 d_1^2) + (I_{yG2} + A_2 d_2^2) + \dots$$

مثال: ممان اینرسی سطح زیر را نسبت به محورهای X و Y محاسبه کنید.



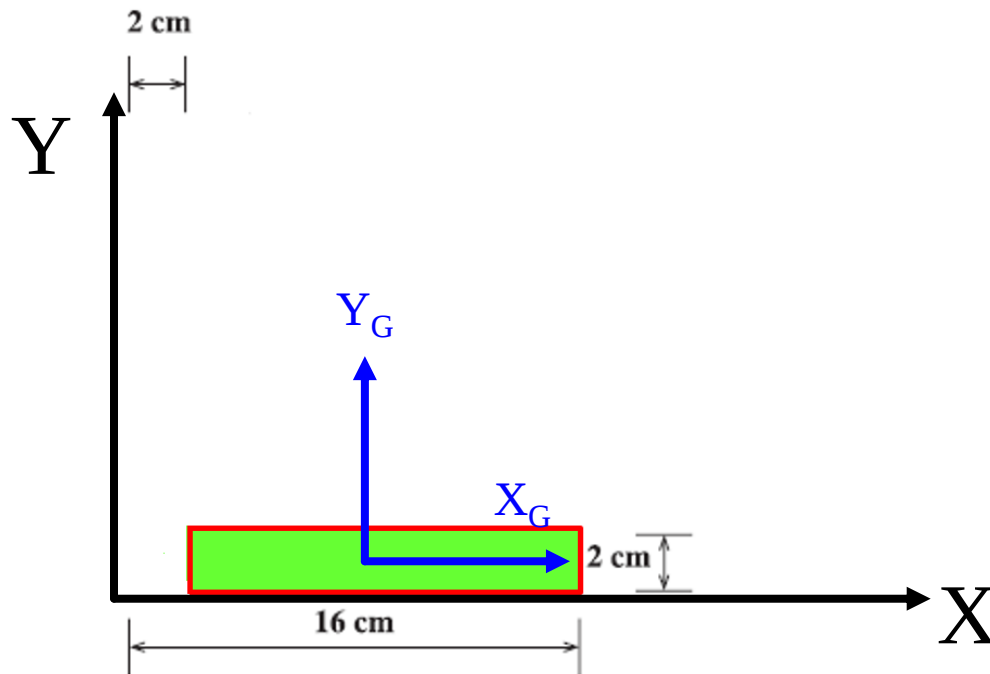




$$I_{xG} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(2)(16)^3}{12} = 682.6 \text{ cm}^4 \quad I_{yG} = \frac{hb^3}{12} = \frac{(16)(2)^3}{12} = 10.6 \text{ cm}^4$$

$$I_X = I_{xG} + Ad_1^2 = 682.6 + (32)(8)^2 = 2730.6 \text{ cm}^4$$

$$I_Y = I_{yG} + Ad_2^2 = 10.6 + (32)(1)^2 = 42.6 \text{ cm}^4$$



$$I_{xG} = \frac{bh^3}{12} = \frac{(14)(2)^3}{12} = 9.3 \text{ cm}^4 \quad I_{yG} = \frac{hb^3}{12} = \frac{(2)(14)^3}{12} = 457.3 \text{ cm}^4$$

$$I_X = I_{xG} + Ad_1^2 = 9.3 + (28)(1)^2 = 37.3 \text{ cm}^4$$

$$I_Y = I_{yG} + Ad_2^2 = 457.3 + (28)(9)^2 = 2725.3 \text{ cm}^4$$

برای شکل ۱:

$$I_X = I_{xG} + Ad_1^2 = 682.6 + (32)(8)^2 = 2730.6cm^4$$

$$I_Y = I_{yG} + Ad_2^2 = 10.6 + (32)(1)^2 = 42.6cm^4$$

برای شکل ۲:

$$I_X = I_{xG} + Ad_1^2 = 9.3 + (28)(1)^2 = 37.3cm^4$$

$$I_Y = I_{yG} + Ad_2^2 = 457.3 + (28)(9)^2 = 2725.3cm^4$$

برای شکل اصلی:

$$I_X = 2730.6 + 37.3 = 2767.9cm^4$$

$$I_Y = 42.6 + 2725.3 = 2767.9cm^4$$