

تکانه :

می دانیم که متوقف کردن یک کامیون سنگین ، از متوقف کردن یک اتومبیل کوچک با همان سرعت، سخت تر است. در واقع می گوییم تکانه ی کامیون از تکانه ی اتومبیل بیشتر است. به عبارت دیگر تکانه، لختی در حال حرکت یک جسم است.

تکانه کمیتی است برداری که از رابطه ی زیر محاسبه می شود:

$$\vec{P} = m \vec{V}$$

← تکانه (Kg.m/s) → سرعت جسم (m/s)

↓
جرم جسم (Kg)

مثال : معادله ی سرعت-زمان متحرکی به جرم 50kg که روی محور x در حال حرکت است به صورت $V = -3t + 1$ است. بردار تکانه ی این متحرک را در لحظه ی $t = 2s$ بنویسید.

حل :

$$V = -3t + 1 \xrightarrow{t=2s} V = -3(2) + 1 = -5 \text{ m / s} \Rightarrow \vec{V} = -5\hat{i}$$

$$\vec{P} = m\vec{V} = (50)(-5\hat{i}) = -250\hat{i} \quad \text{kg.m / s}$$

رابطه ی تکانه با نیروی خالص وارد بر جسم :

نیروی خالص وارد بر یک جسم، با آهنگ تغییر تکانه ی آن جسم برابر است. یعنی :

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1}$$

تغییرات تکانه (kg.m/s) ↑

نیرو (N) ←

↓ بازه ی زمانی (S)

سؤال : چرا افتادن از یک بلندی روی یک توده ی علف به اندازه ی افتادن روی سطح زمین خطرناک نیست؟

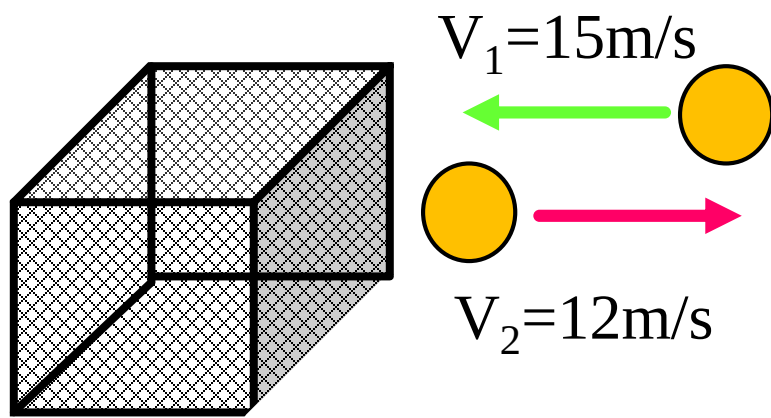
پاسخ : توده ی علف زمان توقف را طولانی تر می کند (یعنی Δt بزرگتر) در نتیجه اندازه ی نیروی وارد شده به شخص نیز کاهش یافته و شخص آسیب کمتری می بیند.

مثال : بازیکنی توپ را با سرعت 15m/s به سمت دروازه شوت می کند. این توپ به تیر دروازه برخورد کرده و با سرعت 12m/s برمی گردد. اگر جرم این توپ 400g و زمان تماس آن با تیر دروازه 0.01s باشد:

(الف) تغییر تکانه ی توپ در برخورد با دروازه را محاسبه کنید.

(ب) نیروی وارد بر توپ از طرف تیر دروازه چند نیوتن است؟

حل : الف)



$$\vec{V}_1 = -15\hat{i} \Rightarrow$$

$$\vec{P}_1 = m\vec{V}_1 = (0.4)(-15\hat{i}) = -6\hat{i} \quad \text{kg.m / s}$$

$$\vec{V}_2 = 12\hat{i} \Rightarrow$$

$$\vec{P}_2 = m\vec{V}_2 = (0.4)(12\hat{i}) = 4.8\hat{i} \quad \text{kg.m / s}$$

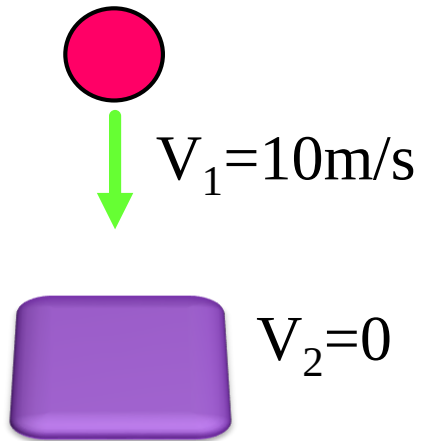
$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = 4.8\hat{i} - (-6\hat{i}) = 10.8\hat{i}$$

$$(ب) \quad \vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{10.8\hat{i}}{0.01} = 1080\hat{i} \quad N$$

مثال : شخصی به جرم 60kg از یک بلندی روی تشک سقوط می کند. اگر سرعت او هنگام رسیدن به تشک 10m/s بوده و 0.2s بعد متوقف شود، نیرویی که تشک به شخص وارد می کند چند نیوتن است؟

مثال : شخصی به جرم 60kg از یک بلندی روی تشک سقوط می کند. اگر سرعت او هنگام رسیدن به تشک 10m/s بوده و 0.2S بعد متوقف شود، نیرویی که تشک به شخص وارد می کند چند نیوتن است؟

حل :



$$\vec{V}_1 = -10\hat{j} \Rightarrow$$

$$\vec{P}_1 = m\vec{V}_1 = (60)(-10\hat{j}) = -600\hat{j} \quad \text{kg.m / s}$$

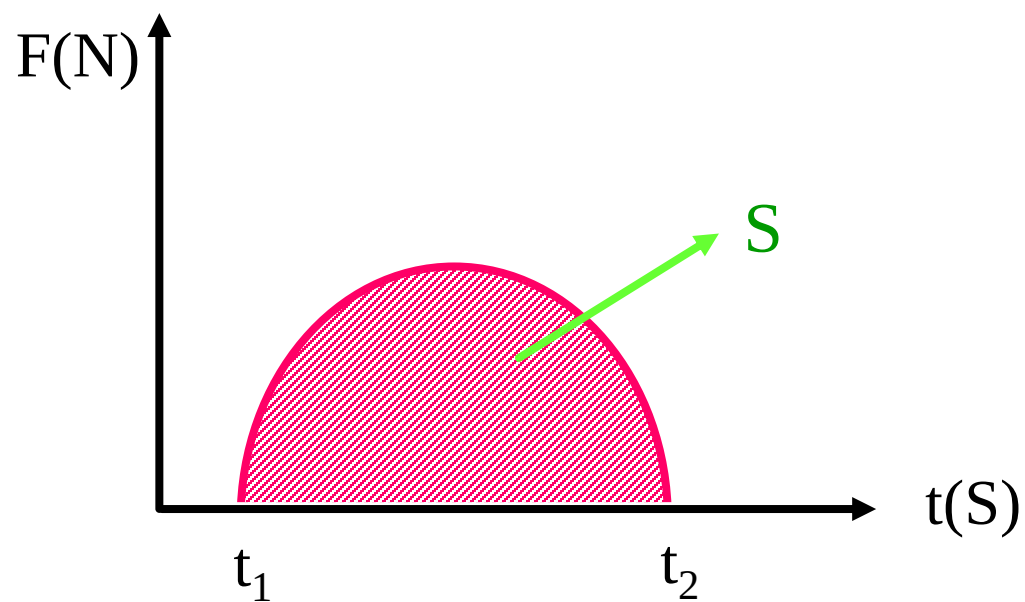
$$\vec{V}_2 = 0 \Rightarrow \vec{P}_2 = 0$$

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = 0 - (-600\hat{j}) = 600\hat{j}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{600\hat{j}}{0.2} = 3000\hat{j} \quad \text{N}$$

نکته :

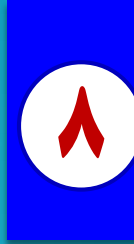
اگر نمودار نیروی وارد شده بر جسم، بر حسب زمان را داشته باشیم آنگاه مساحت زیر نمودار برابر است با تغییر تکانه ی جسم.



$$S = \Delta P$$

↓
مساحت زیر نمودار

↓
تغییرات تکانه

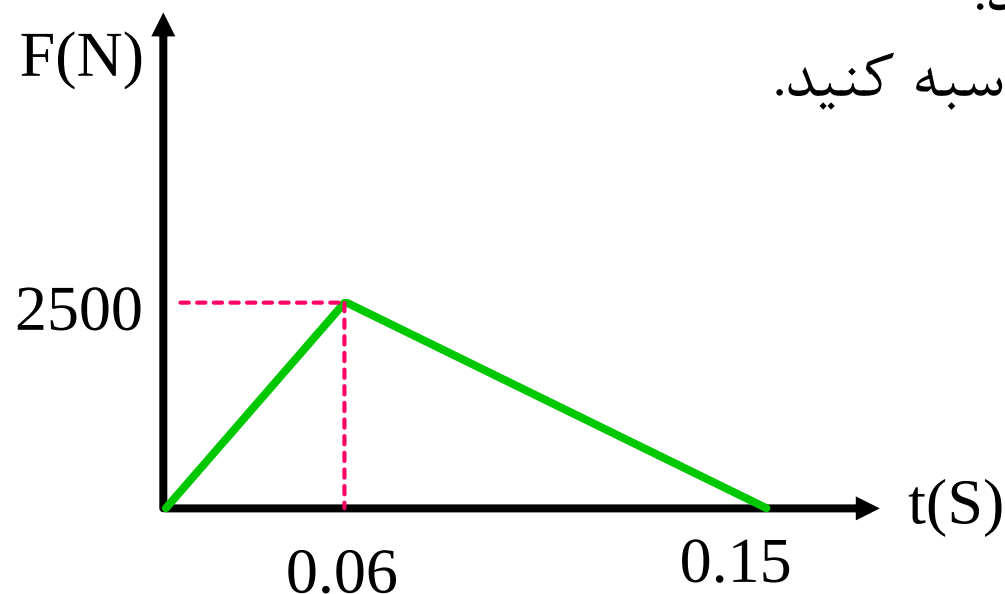


مثال : نمودار نیروی وارد شده به یک جسم بر حسب زمان به صورت زیر است:

الف) تغییرات تکانه جسم در مدت 0.15s را بدست آورید.

ب) نیرویی که در این زمان به جسم وارد می شود را محاسبه کنید.

حل:



الف)
$$S = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{(0.15)(2500)}{2} = 187.5$$

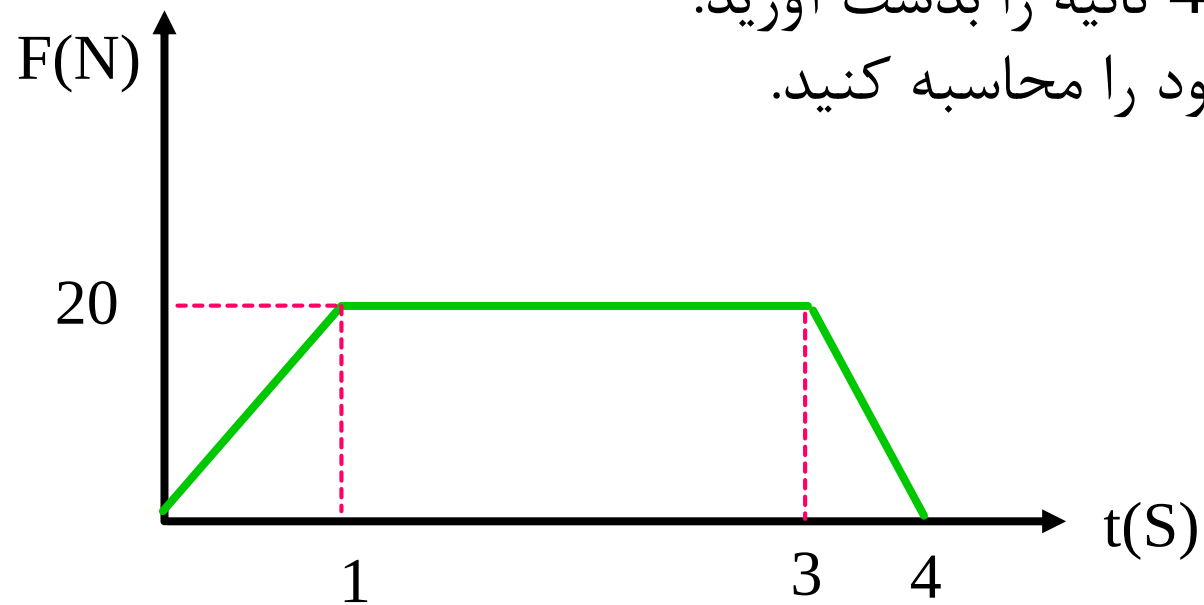
$$\Delta P = S = 187.5 \quad \text{kg.m / s}$$

ب)
$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{187.5}{0.15} = 1250 \quad \text{N}$$

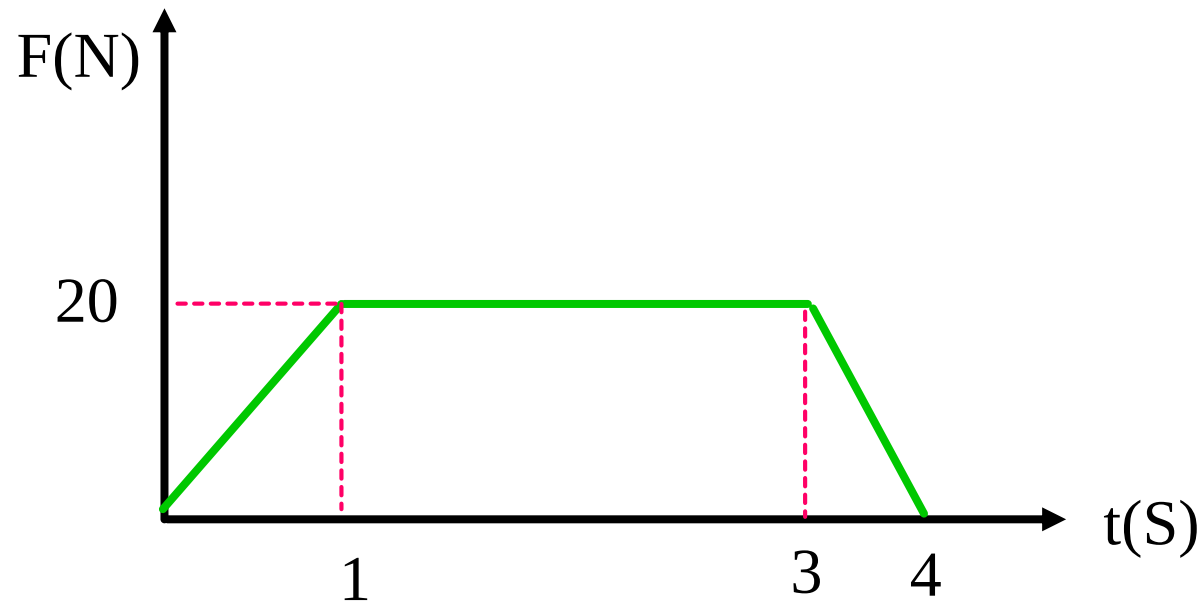
مثال : نمودار نیروی وارد شده به یک جسم بر حسب زمان به صورت زیر است:

الف) تغییرات تکانه جسم در بازه ی زمانی 0 تا 4 ثانیه را بدست آورید.

ب) نیرویی که در این زمان به جسم وارد می شود را محاسبه کنید.



حل:



$$S = \frac{\text{قاعده کوچک} + \text{قاعده بزرگ}}{2} \times \text{ارتفاع} \Rightarrow$$

$$S = \frac{(2 + 4)(20)}{2} = 60$$

$$\Delta P = S = 60 \quad kg.m / s$$

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{60}{4} = 15 \quad N$$