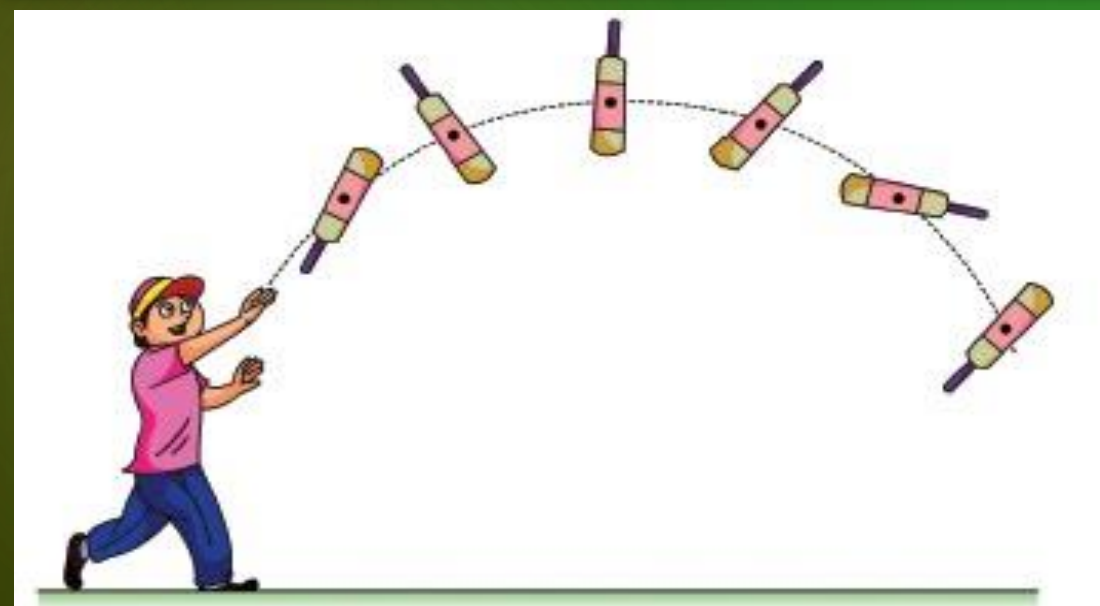
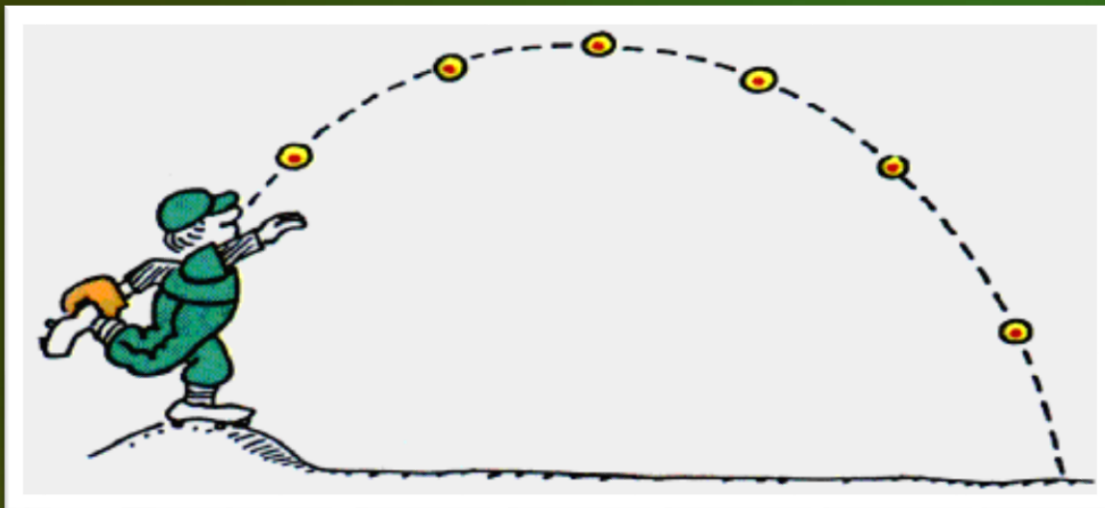


بہ نام کیتا پروردگار مہربان

جلسہ چہارم آموزش الکترونیکی فیزیک مکانیک

مدرس : عظیمہ ولایتی

مرکز جرم :



اگر یک توپ را به هوا پرتاب کنیم، مسیر سهمی شکلی را طی می کند (شکل اول). اما اگر مثلاً یک چوب بیسبال را به هوا پرتاب کنیم (شکل دوم)، هر یک از اجزای آن به شکل متفاوتی حرکت می کند. اما اگر حرکت آن را دقیق بررسی کنیم متوجه می شویم که نقطه ای خاص از چوب در یک مسیر سهمی شکل حرکت می کند. این نقطه خاص را **مرکز جرم** می نامیم.

مرکز جرم یک جسم یا دستگاهی از اجسام، نقطه ای است که در موقع حرکت به نظر می آید تمام جرم جسم در آن نقطه متمرکز شده است.

مرکز جرم را با **COM** (مخفف **Center Of Mass**) نشان می دهیم.

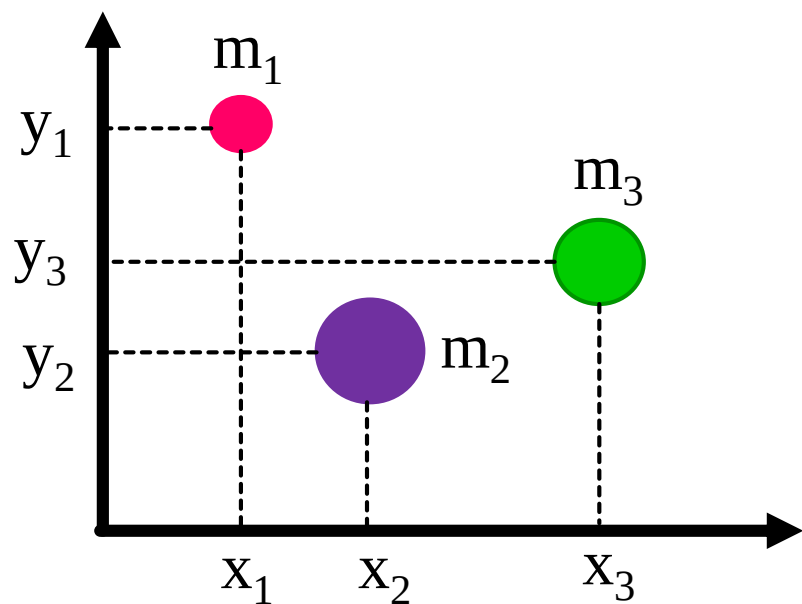
در مبحث مرکز جرم به دو مورد اشاره می کنیم :

✓ مرکز جرم دستگاهی از ذرات

✓ مرکز جرم اجسام صلب دارای نقطه ی تقارن

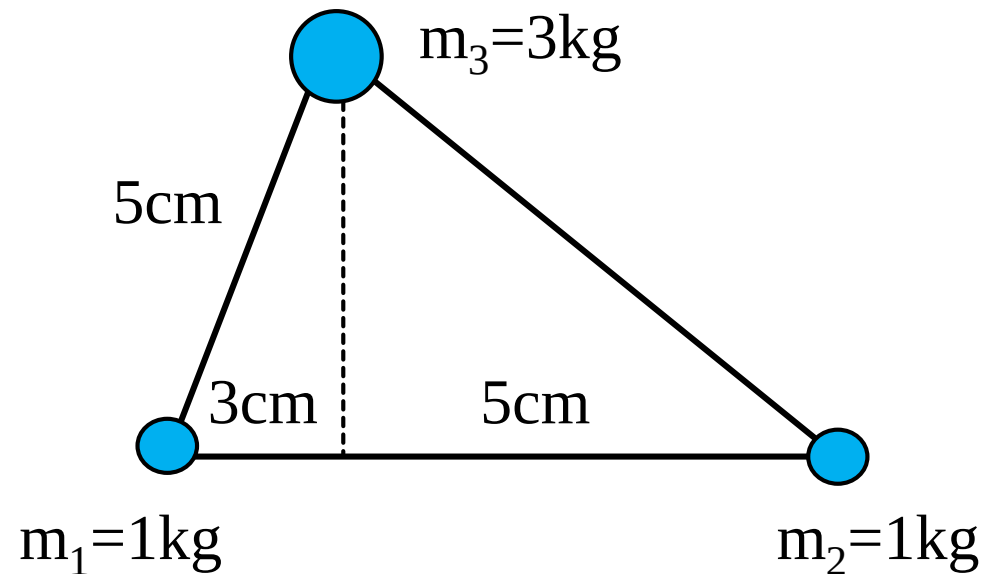
مرکز جرم دستگاهی از ذرات :

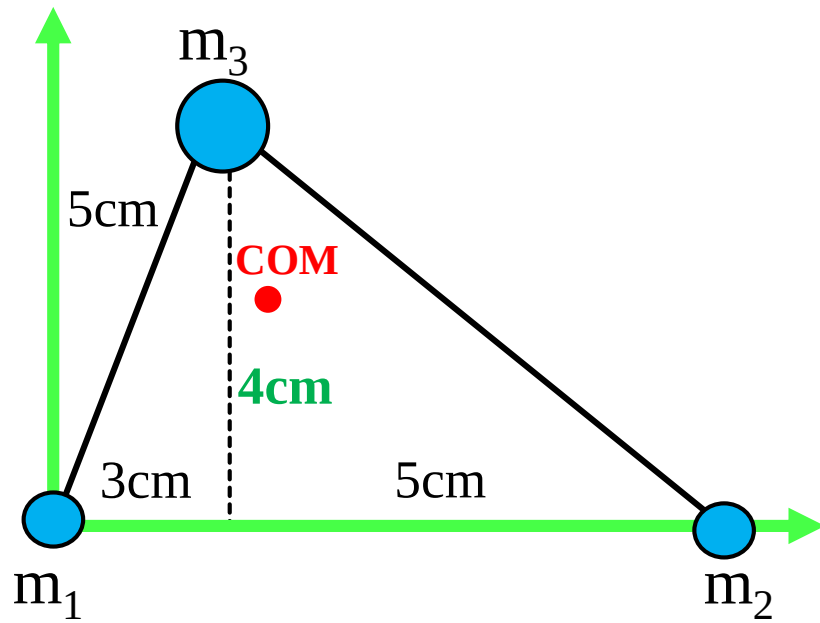
اگر مجموعه ای از ذرات به جرم های m_1 ، m_2 و در مکانهای (x_1, y_1) ، (x_2, y_2) و قرار داشته باشند، مختصات مرکز جرم این مجموعه از روابط زیر بدست می آید :



$$\begin{cases} x_{COM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots} \\ y_{COM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots} \end{cases}$$

مثال : مطابق شکل زیر سه ذره در سه راس یک مثلث قرار گرفته اند. مختصات مرکز جرم این دستگاه ذرات را مشخص کنید.





$$m_1 : \quad x_1 = 0, y_1 = 0$$

$$m_2 : \quad x_2 = 8, y_2 = 0$$

$$m_3 : \quad x_3 = 3, y_3 = 4$$



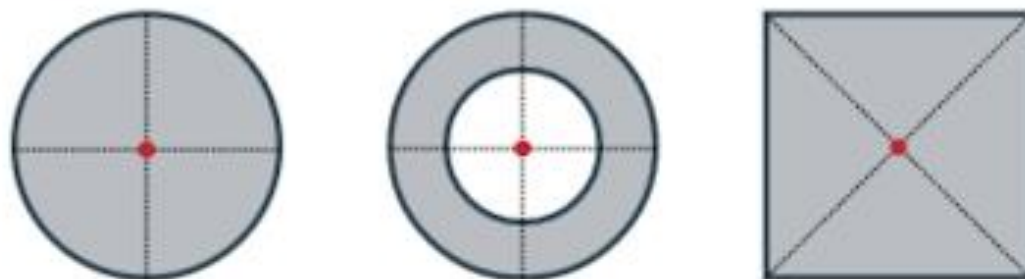
$$x_{COM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(1)(0) + (1)(8) + (3)(3)}{1 + 1 + 3} = \frac{17}{5} = 3.4cm$$

$$y_{COM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{(1)(0) + (1)(0) + (3)(4)}{1 + 1 + 3} = \frac{12}{5} = 2.4cm$$

مرکز جرم اجسام صلب :

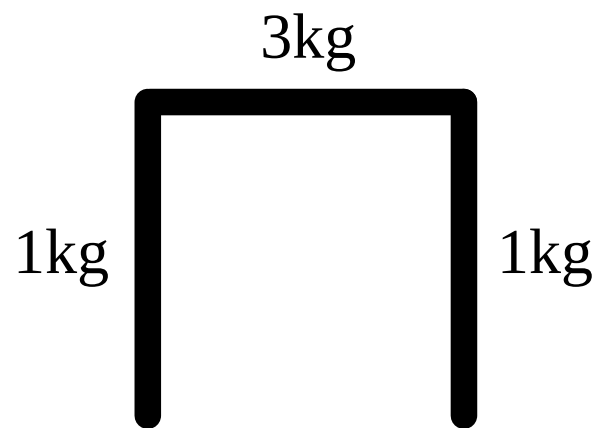
✓ به جسمی که فاصله ذرات آن ثابت باشد و در اثر وارد شدن نیرو ، دچار تغییر شکل نشود **جسم صلب** گویند.

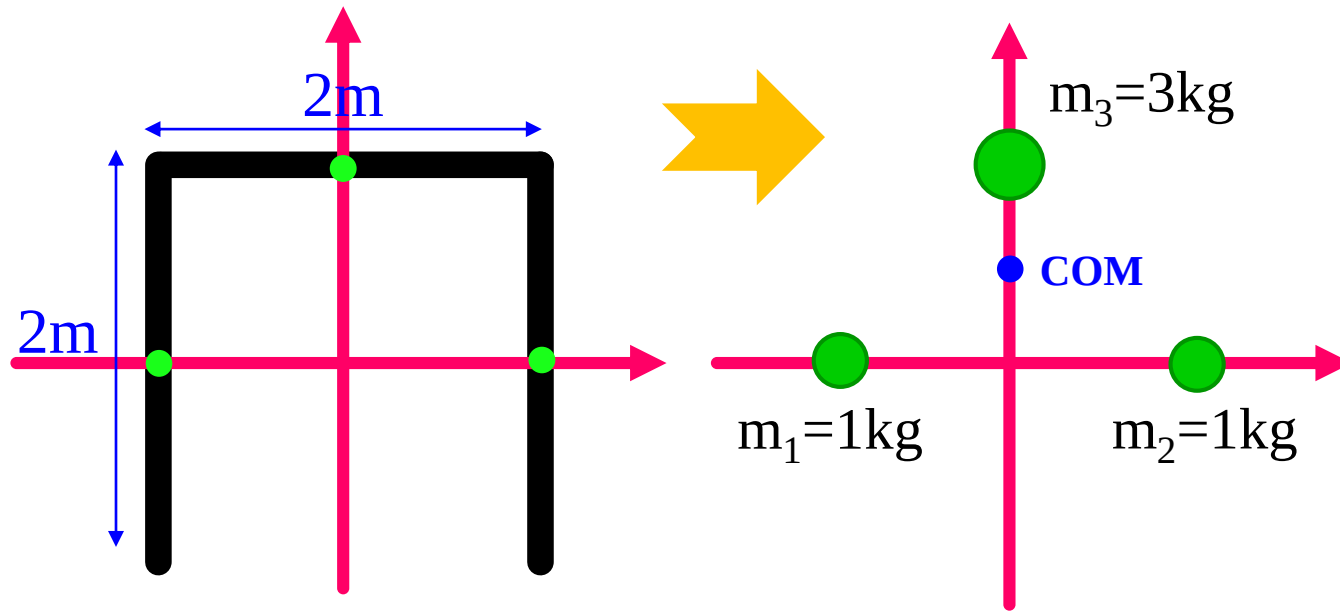
✓ مرکز جرم اجسام صلبی که یک نقطه ی تقارن دارند، همان نقطه ی تقارن آن ها است.





مثال : سه میله باریک هریک به طول 2m مطابق شکل زیر قرار گرفته اند. جرم هریک از میله های بازوها 1kg و جرم میله سوم 3kg است. مرکز جرم مجموعه را مشخص کنید.





$$m_1 : x_1 = -1, y_1 = 0$$

$$m_2 : x_2 = 1, y_2 = 0$$

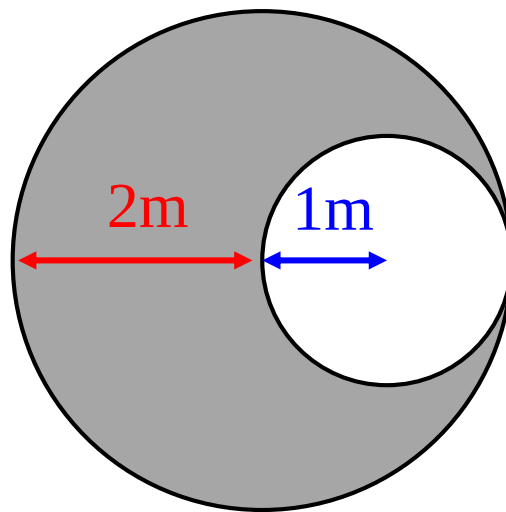
$$m_3 : x_3 = 0, y_3 = 1$$

$$x_{COM} = \frac{(1)(-1) + (1)(1) + (3)(0)}{1 + 1 + 3} = 0$$

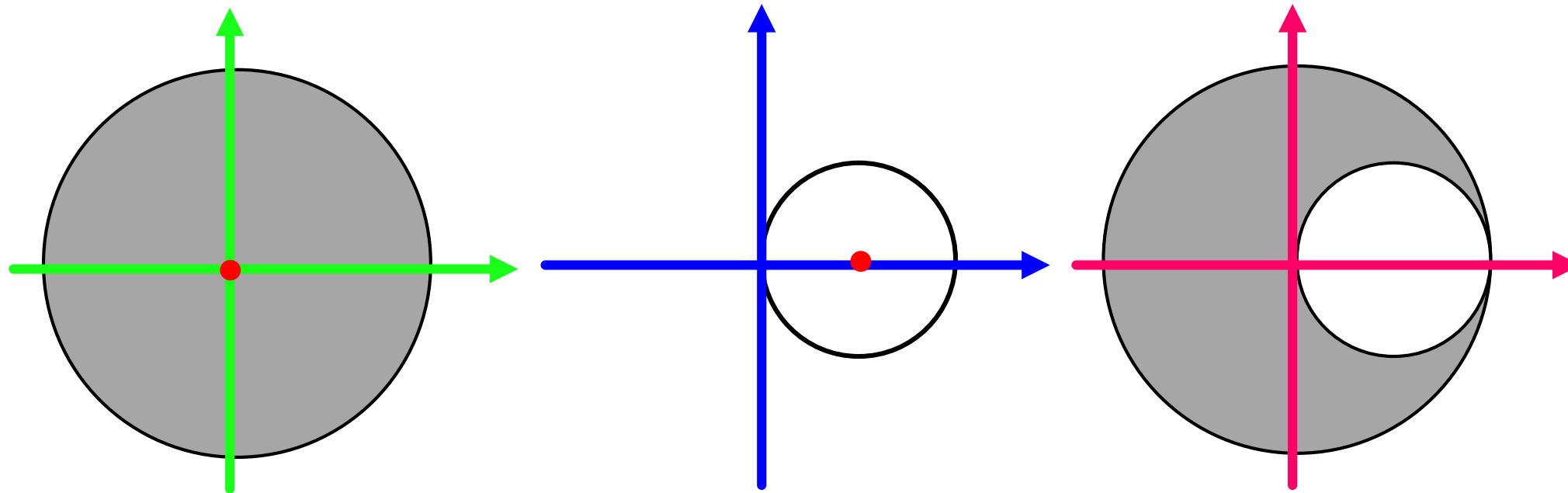
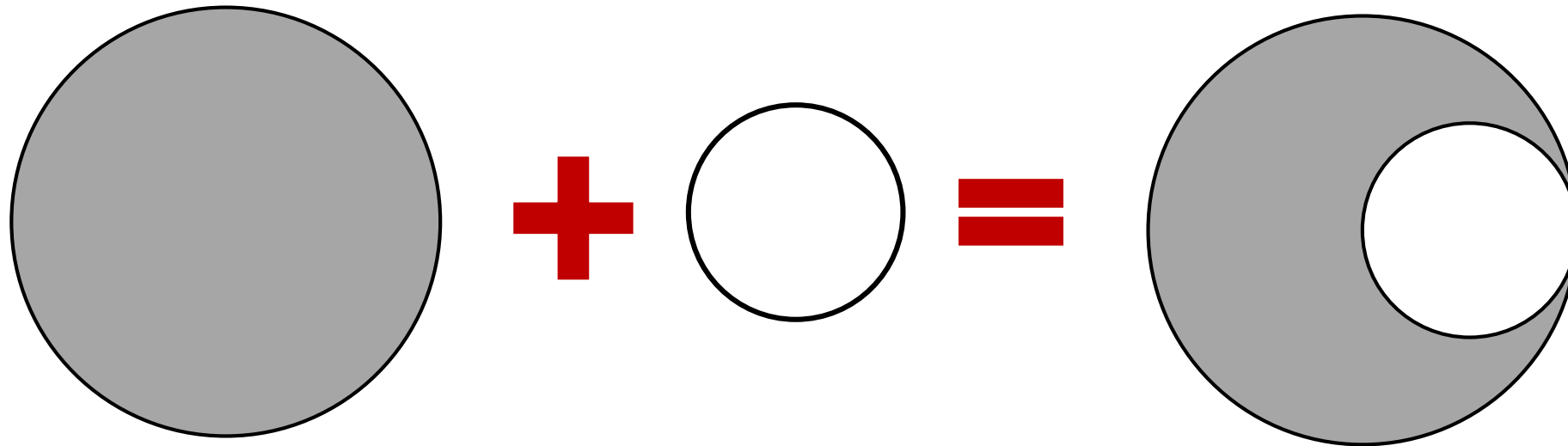
$$y_{COM} = \frac{(1)(0) + (1)(0) + (3)(1)}{1 + 1 + 3} = \frac{3}{5} = 0.6m$$



مثال : یک ورقه ی فلزی یکنواخت به شعاع $2m$ که قرصی به شعاع $1m$ از آن جدا شده است در شکل زیر نشان داده شده است. مرکز جرم این ورقه را مشخص کنید.



حل :



$$m_1 : x_1 = 0, y_1 = 0$$

$$m_2 : x_2 = 1, y_2 = 0$$

$$COM : x_{COM} = ?, y_{COM} = ?$$



$$x_{COM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow x_{COM} = \frac{m_1(0) - m_2(1)}{m_1 - m_2} = \frac{-m_2}{m_1 - m_2}$$

$$x_{COM} = \frac{-\pi(1)^2}{\pi(2)^2 - \pi(1)^2} = \frac{-1}{4-1} \Rightarrow x_{COM} = -\frac{1}{3} \simeq -0.3m$$

