

بہ نام پکتا پروردگار مہربان

جلسہ اول آموزش الکترونیکی ایستایی (۱) و محاسبات فنی (۱)

مدرس : عظیمہ ولایتی

آدرس وبسایت مدرس جهت :

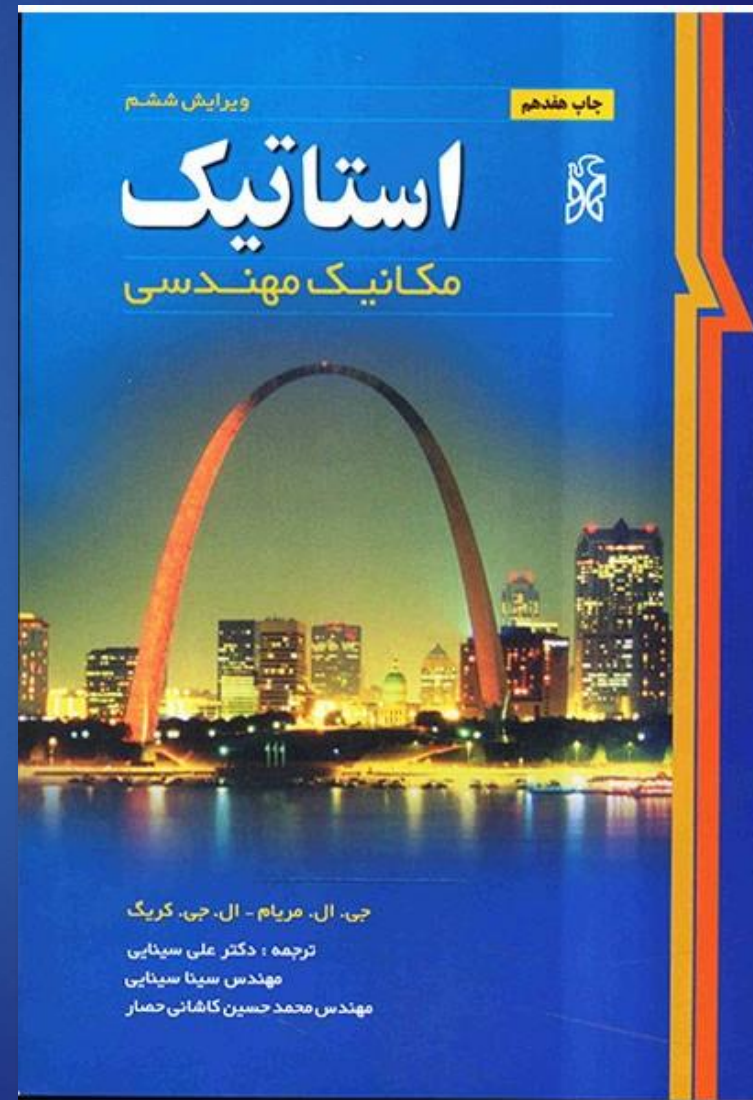
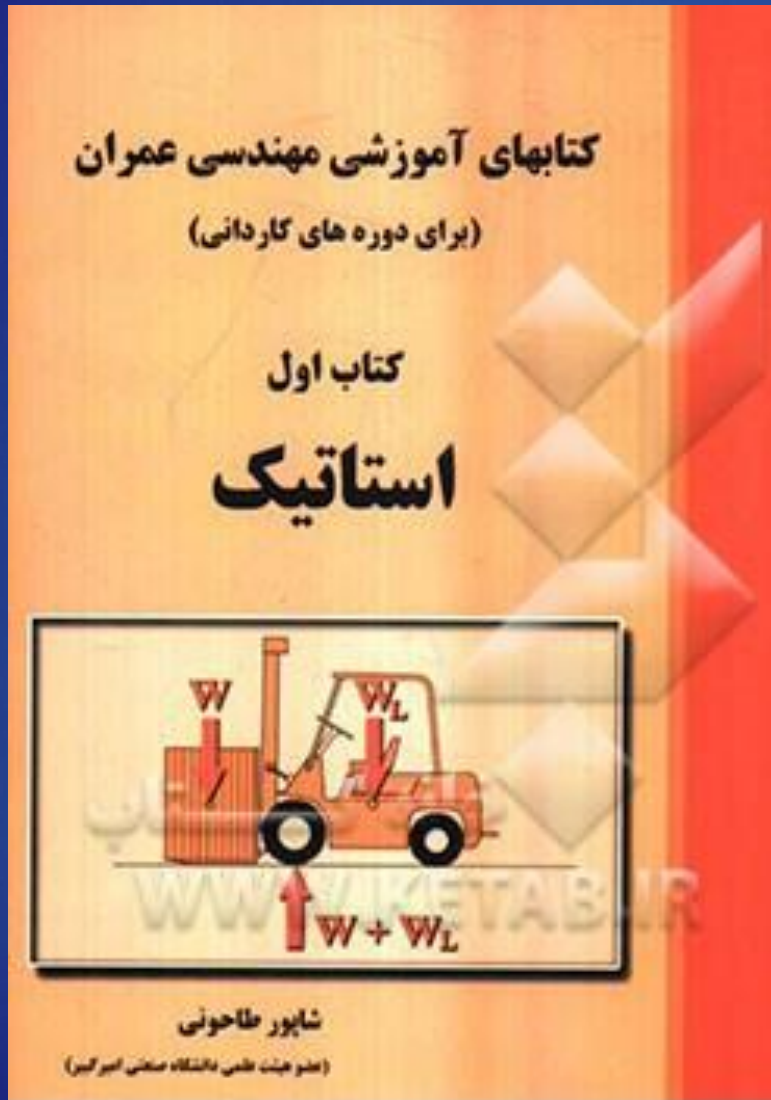
✓ دانلود فایل های PDF

✓ ارسال حل تمرین ها

<http://velayati.professora.ir>

منابع مفید برای مطالعه ی درس

استاتیک
طاحونی



استاتیک
مریام

عناوین مطالبی که تدریس خواهد شد :

فصل ۱ :

- ✓ بردارها
- ✓ تعیین مولفه های بردار
- ✓ جمع بردارها
- ✓ حاصلضرب اسکالر بردارها
- ✓ حاصلضرب خارجی بردارها

فصل ۲ :

- ✓ برآیند نیروها
- ✓ تعادل ذرات
- ✓ گشتاور نیرو

فصل ۳ :

- ✓ تعادل اجسام صلب

فصل ۴ :

- ✓ مرکز هندسی سطح

فصل ۵ :

- ✓ ممان اینرسی
- ✓ قضیه محورهاى موازى

فصل ۶ :

- ✓ خریپاهای صفحه ای

فصل ۷ :

- ✓ تیرها

مکانیک شاخه ای از فیزیک است که به بررسی حرکت و سکون اجسام تحت اثر نیروها پرداخته و به سه بخش تقسیم می شود.



کمیت های برداری و نرده ای :

✓ **کمیت نرده ای (اسکالر) :** کمیتی است که با مقدارش کاملاً معلوم می شود.

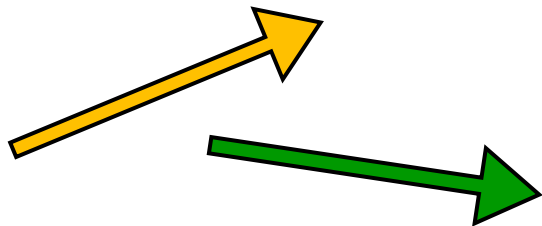
✓ **مثل :** زمان، حجم، چگالی، جرم و

✓ **کمیت برداری :** کمیتی است که علاوه بر مقدار، امتداد و جهت نیز دارد.

✓ **مثل :** جابجایی، سرعت، شتاب، نیرو، گشتاور و

هر بردار با یک حرف لاتین که پیکانی در بالای آن قرار دارد نشان داده می شود. مثل : $\vec{A}$

برای نشان دادن طول بردار از نماد $|\vec{A}|$ یا A استفاده می کنیم.



جمع بردارها :

به حاصل جمع دو یا چند بردار اصطلاحاً **بردار برآیند** می گویند.

جمع بردارها به دو روش امکان پذیر است:

✓ **روش هندسی (ترسیمی) :**

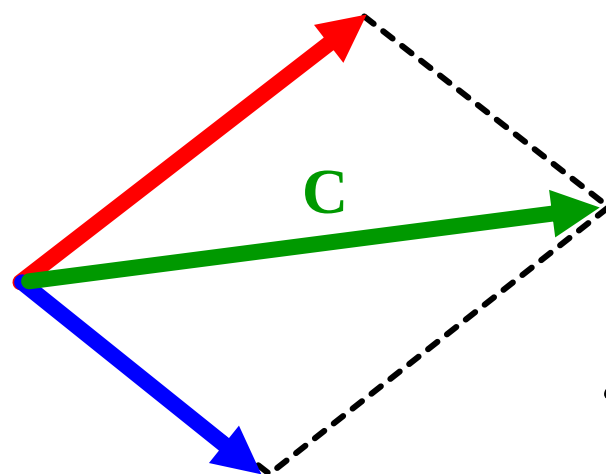
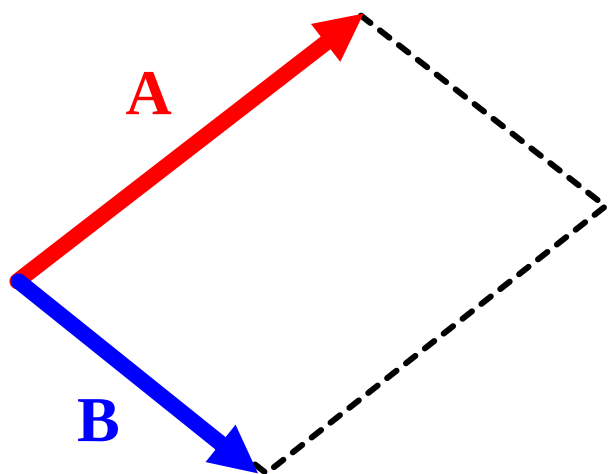
(۱) روش متوازی الاضلاع

(۲) روش مثلث

✓ **روش تحلیلی**

روش متوازی الاضلاع :

طبق قانون متوازی الاضلاع، برآیند دو بردار، قطر متوازی الاضلاعی است که آن دو بردار با یکدیگر می سازند.



$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta$$

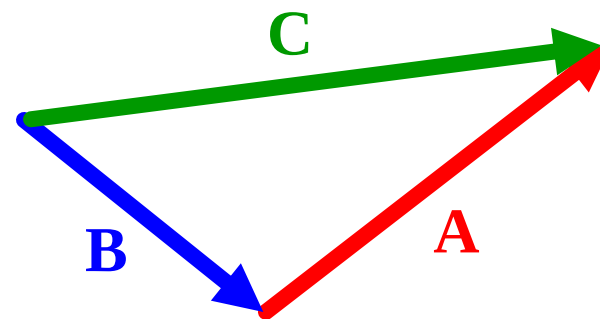
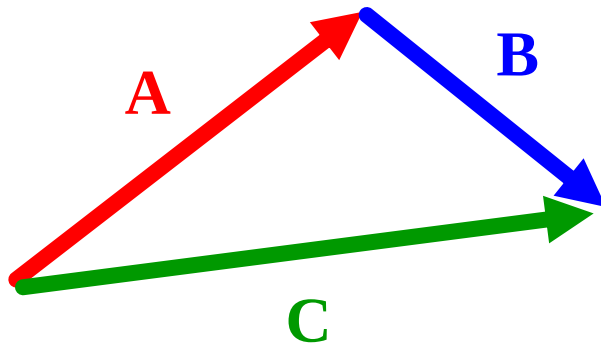
اندازه بردار برآیند

زاویه بین دو بردار

روش مثلث :



طبق قانون مثلث، برآیند دو بردار، ضلع سوم مثلثی است که دو بردار با یکدیگر می سازند.



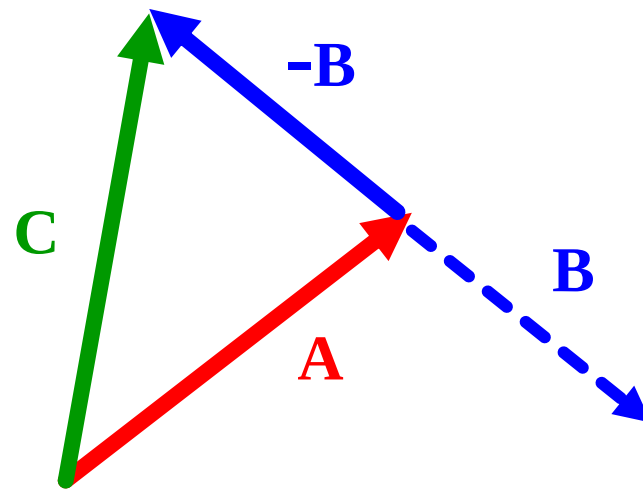
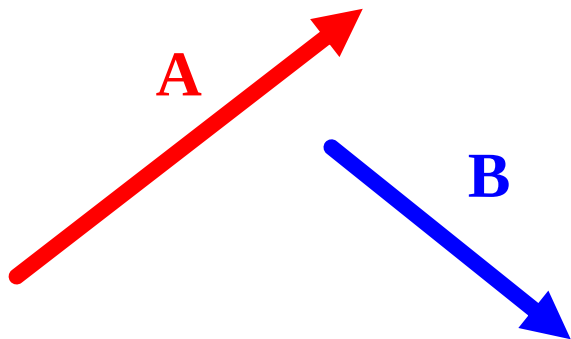
$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

جمع بردارها خاصیت جابجایی دارد :

تفریق دو بردار :

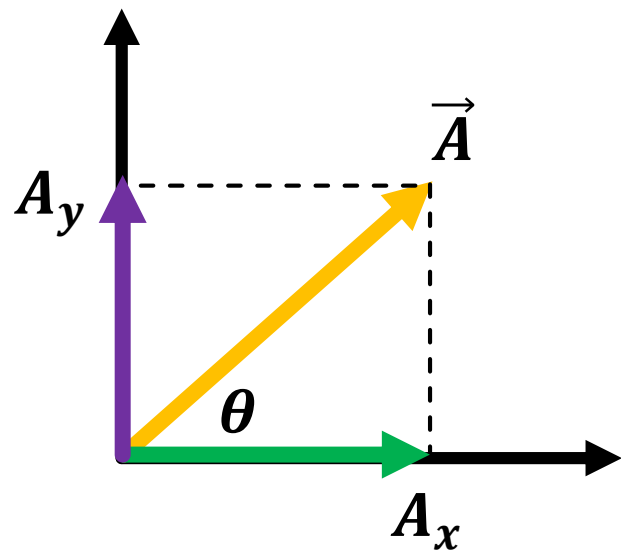
تفریق دو بردار یعنی جمع کردن بردار با منفی بردار دیگر :

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$





تجزیه ی بردار به مولفه های متعامد :

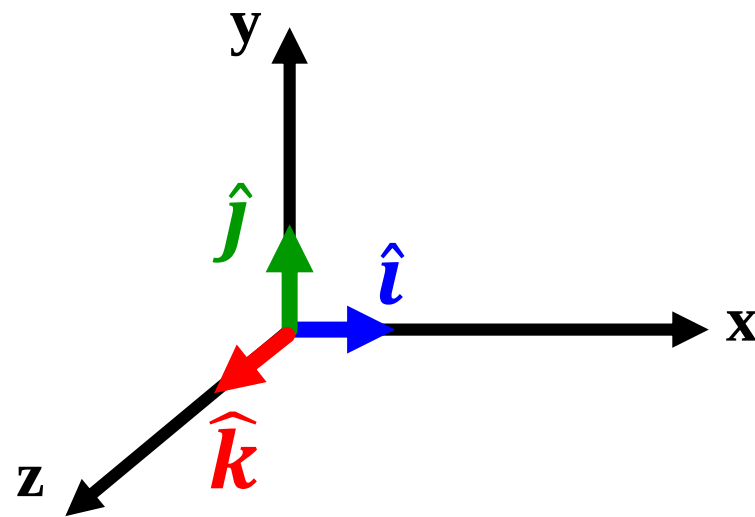


$$\begin{cases} A_x = A \cos \theta \\ A_y = A \sin \theta \end{cases}$$

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$

بردارهای یکه :

بردارهایی با طول ۱ واحد در جهت مثبت محورهای مختصات





جمع و تفریق بردارها با کمک مولفه های متعامد :

$$\begin{cases} \vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \\ \vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} \end{cases} \begin{cases} \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \hat{i} + (A_y + B_y) \hat{j} \\ \vec{A} - \vec{B} = (A_x - B_x) \hat{i} + (A_y - B_y) \hat{j} \end{cases}$$

مثال : دو بردار $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ و $\vec{B} = 3\hat{i} + \hat{j}$ مفروض هستند. مطلوب است جمع و تفریق این دو بردار با

کمک مولفه های متعامد.

$$\vec{A} + \vec{B} = (2 + 3)\hat{i} + (3 + 1)\hat{j} = 5\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = (2 - 3)\hat{i} + (3 - 1)\hat{j} = -\hat{i} + 2\hat{j}$$

محاسبه طول بردار در فضای دو بعدی و سه بعدی:

فضای دو بعدی :

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} \Rightarrow \begin{cases} A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \\ \tan \theta = \frac{A_y}{A_x} \end{cases}$$

فضای سه بعدی :

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \Rightarrow A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

مثال : دو بردار $\vec{A} = -i + 2j$ و $\vec{B} = 4i + j$ را فرض کرده و موارد زیر را محاسبه کنید:

(الف) طول بردار A (ب) زاویه بردار B با محور x (ج) طول بردار $\vec{A} + \vec{B}$

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5} \simeq 2.2 \quad \text{(الف)}$$

$$\tan \theta = \frac{B_y}{B_x} = \frac{1}{4} = 0.25 \Rightarrow \theta = \tan^{-1} 0.25 \simeq 14^\circ \quad \text{(ب)}$$

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = (-1+4)\hat{i} + (2+1)\hat{j} = 3\hat{i} + 3\hat{j} \quad \text{(ج)}$$

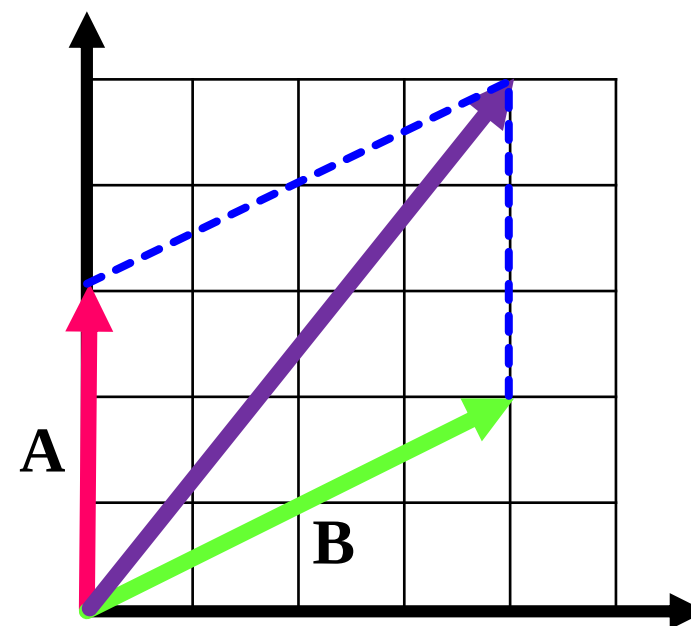
$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{(3)^2 + (3)^2} = \sqrt{18} \simeq 4.2$$

مثال : دو بردار $\vec{A} = 3\hat{j}$ و $\vec{B} = 4\hat{i} + 2\hat{j}$ را فرض کرده و موارد زیر را محاسبه کنید:

(الف) جمع دو بردار با روش متوازی الاضلاع

(ب) حاصل $2\vec{A} - \vec{B}$

(الف)



$$\vec{A} + \vec{B} = 4\hat{i} + 5\hat{j}$$

(ب)

$$\begin{aligned} 2\vec{A} - \vec{B} &= 2(3\hat{j}) - (4\hat{i} + 2\hat{j}) \\ &= -4\hat{i} + 4\hat{j} \end{aligned}$$

مثال : سه بردار $\vec{A} = -2j$ و $\vec{B} = i + 3j$ و $\vec{C} = 4i + j$ را فرض کرده و موارد زیر را محاسبه کنید:

الف) جمع سه بردار با کمک مولفه ها و طول آن

ب) زاویه بردار حاصل از $\vec{A} + 2\vec{C}$ با محور x

ج) طول بردار $\vec{B} - \vec{C}$

$$\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (1+4)\hat{i} + (-2+3+1)\hat{j} = 5\hat{i} + 2\hat{j} \quad (\text{الف})$$

$$D = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{(5)^2 + (2)^2} = \sqrt{29} \simeq 5.3$$

$$\vec{E} = \vec{A} + 2\vec{C} = -2\hat{j} + 2(4\hat{i} + \hat{j}) = 8\hat{i} \quad (\text{ب})$$

$$\tan \theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{0}{8} = 0 \Rightarrow \theta = \tan^{-1} 0 = 0$$

$$\vec{F} = \vec{B} - \vec{C} = (1-4)\hat{i} + (3-1)\hat{j} = -3\hat{i} + 2\hat{j} \quad (\text{ج})$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-3)^2 + (2)^2} = \sqrt{13} \simeq 3.6$$

مثال : اگر $\vec{A} + 2\vec{B} = 6i - 2j$ و $\vec{A} = 4i + 5j$ باشد، B را بدست آورید.

مثال : اگر $\vec{A} + 2\vec{B} = 6\hat{i} - 2\hat{j}$ و $\vec{A} = 4\hat{i} + 5\hat{j}$ باشد، $\vec{B}$ را بدست آورید.

$$\vec{A} + 2\vec{B} = 6\hat{i} - 2\hat{j} \Rightarrow$$

$$(4\hat{i} + 5\hat{j}) + 2\vec{B} = 6\hat{i} - 2\hat{j} \Rightarrow 2\vec{B} = 2\hat{i} - 7\hat{j} \Rightarrow$$

$$\vec{B} = \frac{2\hat{i} - 7\hat{j}}{2} = \hat{i} - 3.5\hat{j}$$