

بہ نام پکتا پروردگار مہربان

جلسہ ہشتم آموزش الکترونیکی ایستایی (۱) و محاسبات فنی (۱)

مدرس : عظیمہ ولایتی

روش های ارسال حل تمرین ها :



az.velayati1429@gmail.com



az_velayati

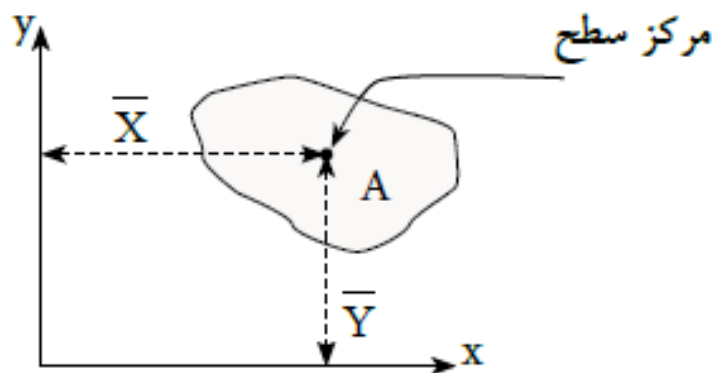


azimeh.1429

خواص هندسی سطوح :

گشتاور اول سطح (ممان استاتیک) :

عبارت است از حاصلضرب مساحت در فاصله ی مرکز آن سطح تا محور مورد نظر:



$$Q_x = A \bar{Y}$$

گشتاور اول سطح A
نسبت به محور X

$$Q_y = A \bar{X}$$

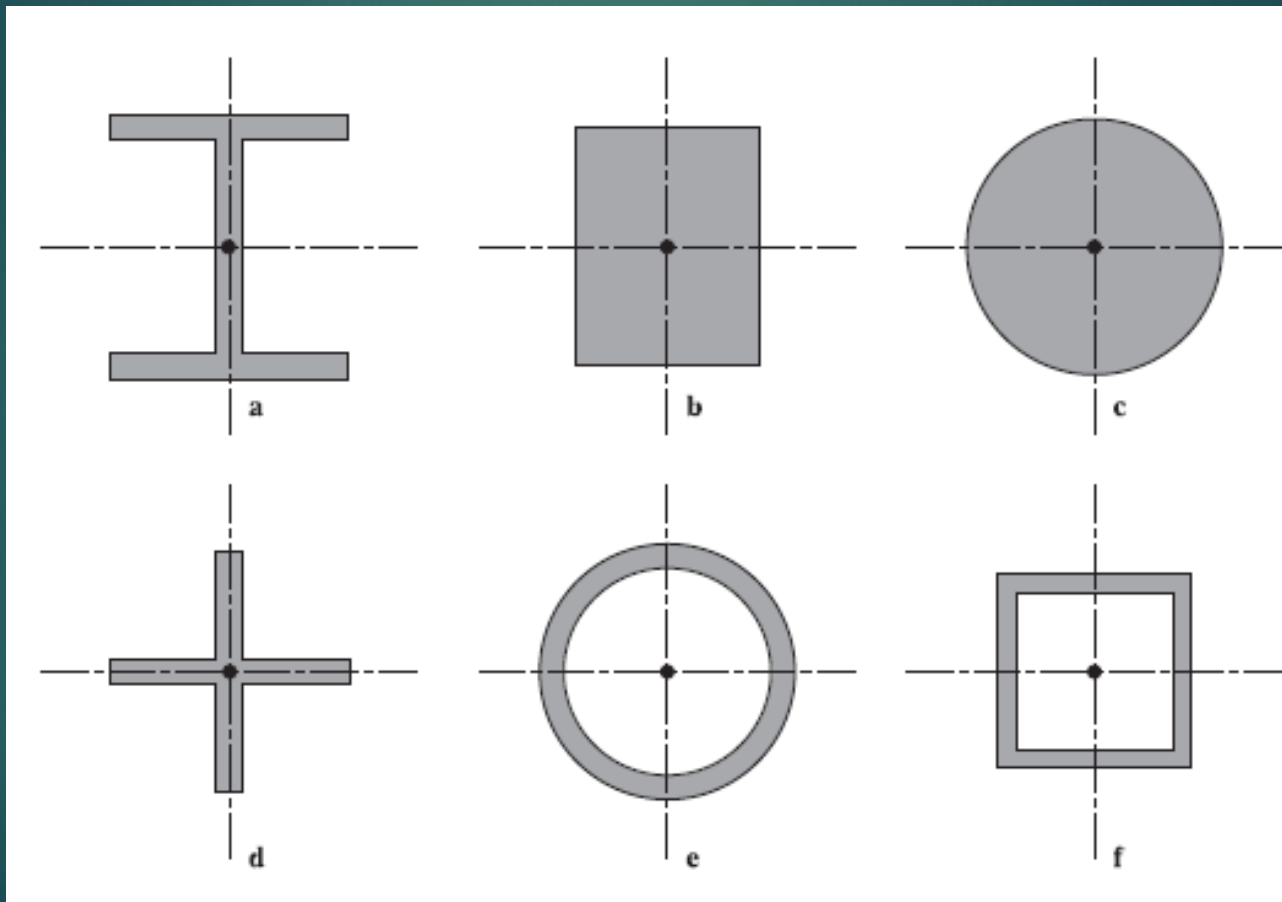
گشتاور اول سطح A
نسبت به محور Y

مختصات مرکز سطح A : $(\bar{X}, \bar{Y})$

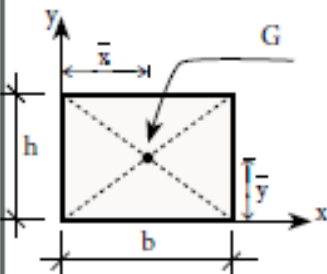
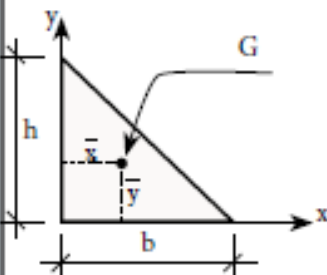
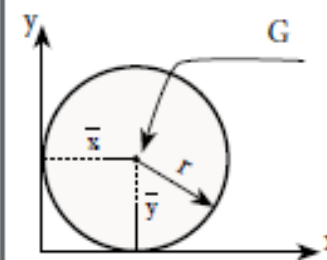
مرکز سطح :

۲

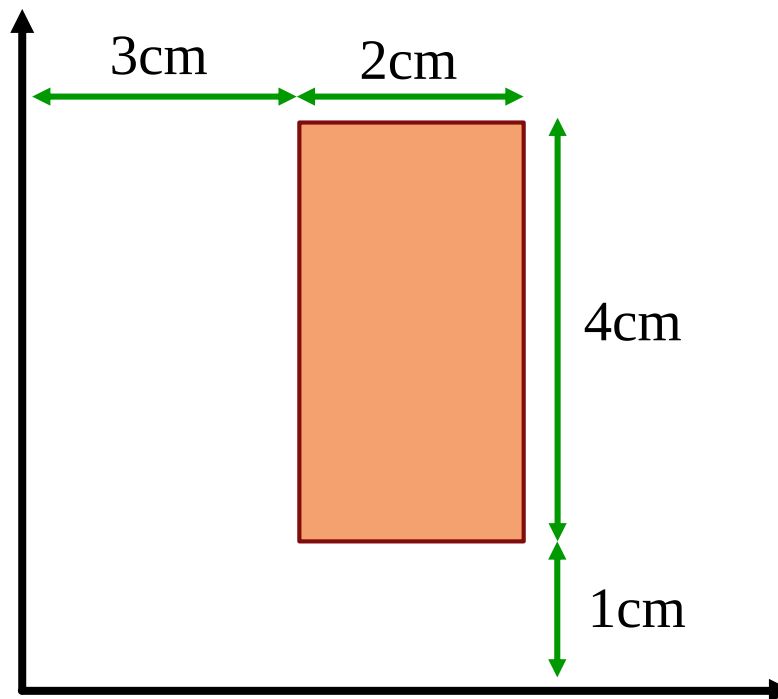
✓ اگر سطح دارای دو محور تقارن باشد، مرکز سطح محل تلاقی محورهای تقارن است.



مرکز سطح برخی سطوح :

نام سطح	شکل هندسی	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	توضیحات
مستطیل (مربع)		$\frac{b}{2}$	$\frac{h}{2}$	مرکز سطح مستطیل محل تلاقی دو قطر آن می باشد
مثلث قائم الزاویه		$\frac{b}{3}$	$\frac{h}{3}$	مرکز سطح مثلث قائم الزاویه در فاصله $\frac{1}{3}$ از قاعده آن می باشد
دایره		r	r	مرکز سطح دایره مرکز دایره می باشد

مثال: گشتاور اول سطح مستطیل زیر را نسبت به محوره‌های X و Y محاسبه کنید.

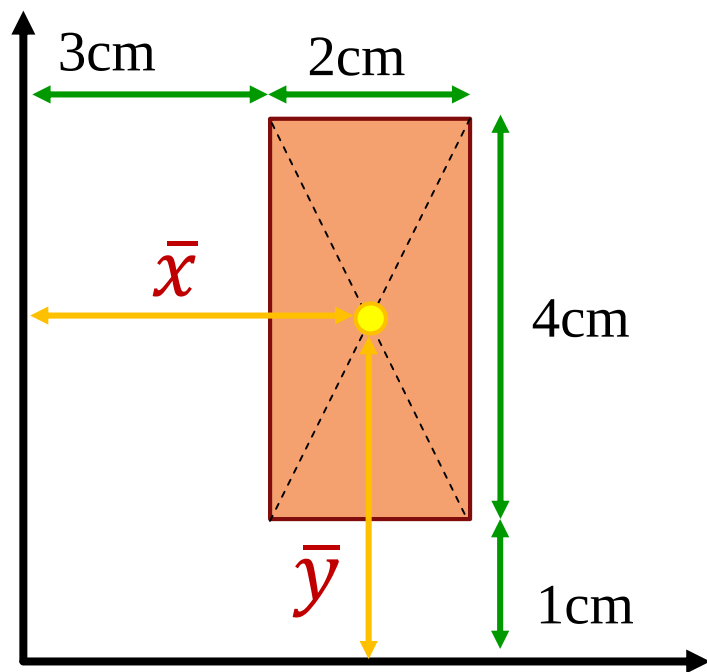




حل :

مختصات مرکز سطح:

$$\begin{cases} \bar{X} = 4cm \\ \bar{Y} = 3cm \end{cases}$$



$$A = 2 \times 4 = 8cm^2$$

$$Q_x = A \bar{Y} = (8)(3) = 24cm^3$$

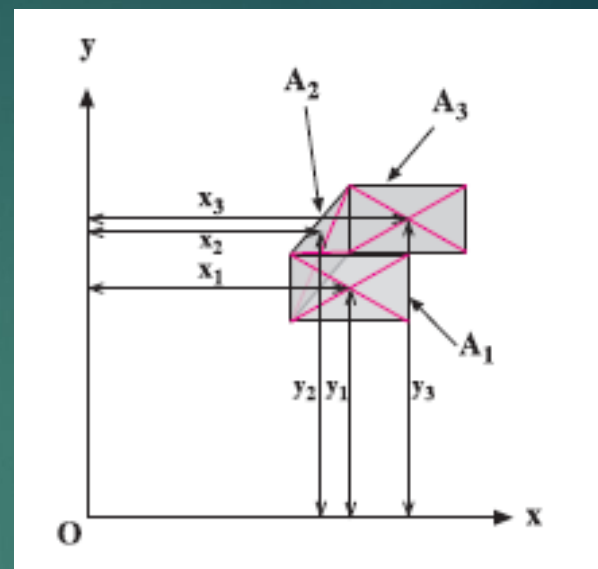
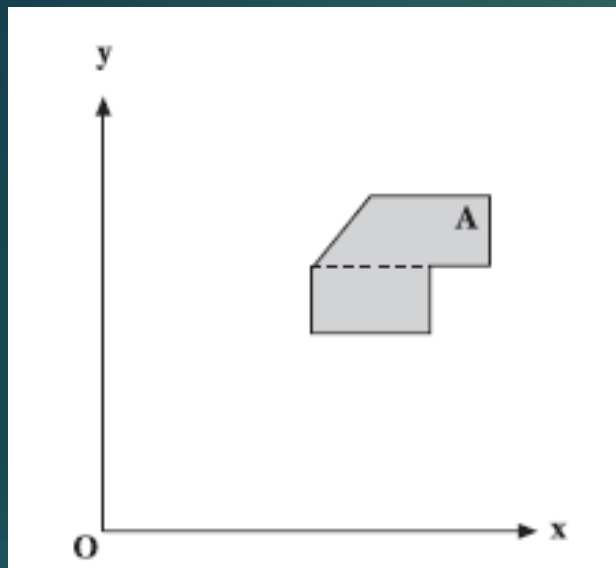
گشتاور اول سطح نسبت به محور X

$$Q_y = A \bar{X} = (8)(4) = 32cm^3$$

گشتاور اول سطح نسبت به محور Y

گشتاور اول سطوح مرکب:

✓ برای محاسبه گشتاور اول سطوح مرکب ، آن ها را به سطوح ساده تر تجزیه کرده ، سپس گشتاور اول هر یک از آن ها را نسبت به محور مورد نظر محاسبه و در نهایت با یکدیگر جمع می کنیم.

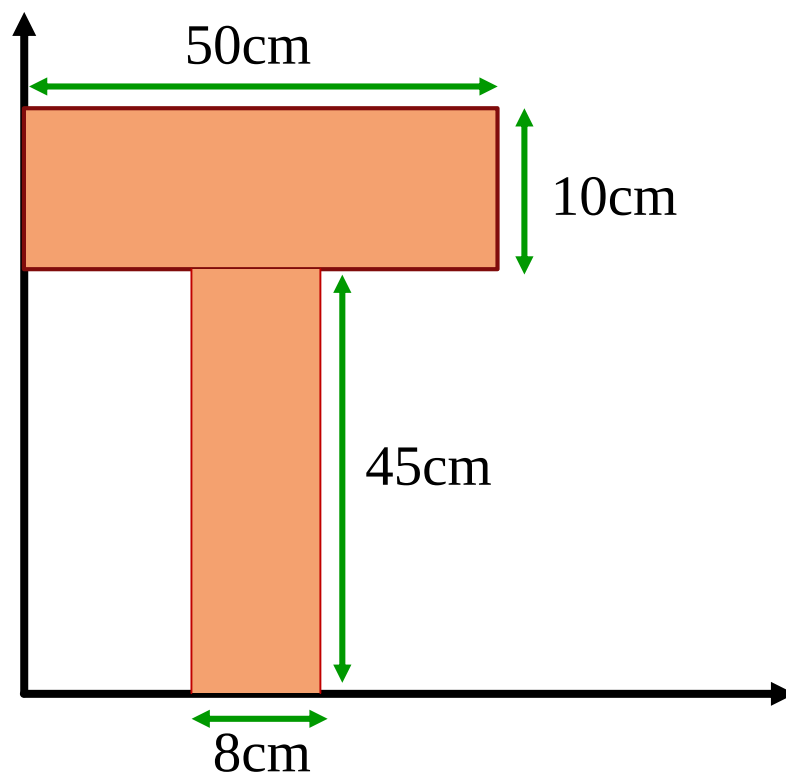


$$Q_x = A_1 \bar{Y}_1 + A_2 \bar{Y}_2 + A_3 \bar{Y}_3 + \dots$$

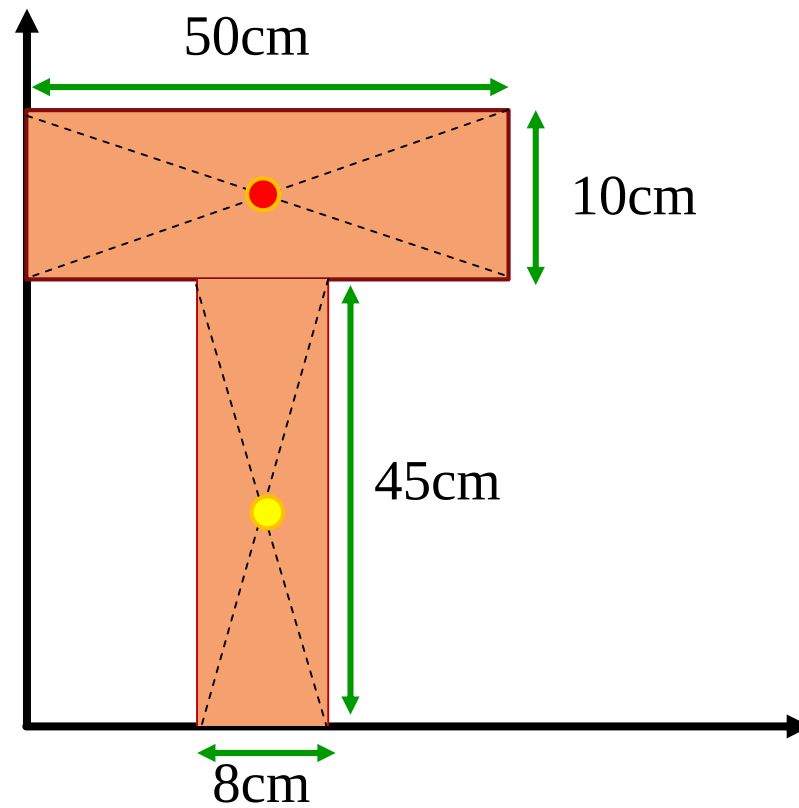
$$Q_y = A_1 \bar{X}_1 + A_2 \bar{X}_2 + A_3 \bar{X}_3 + \dots$$

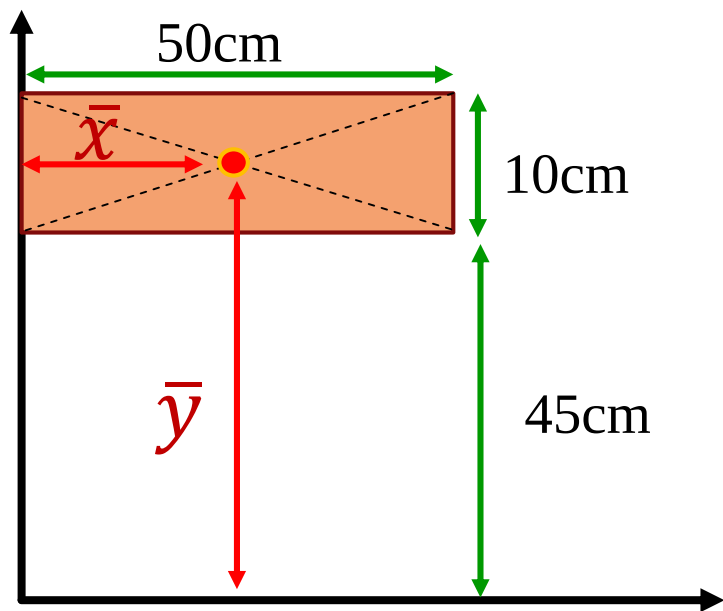


مثال: گشتاور اول سطح زیر را نسبت به محورهای X و Y محاسبه کنید.



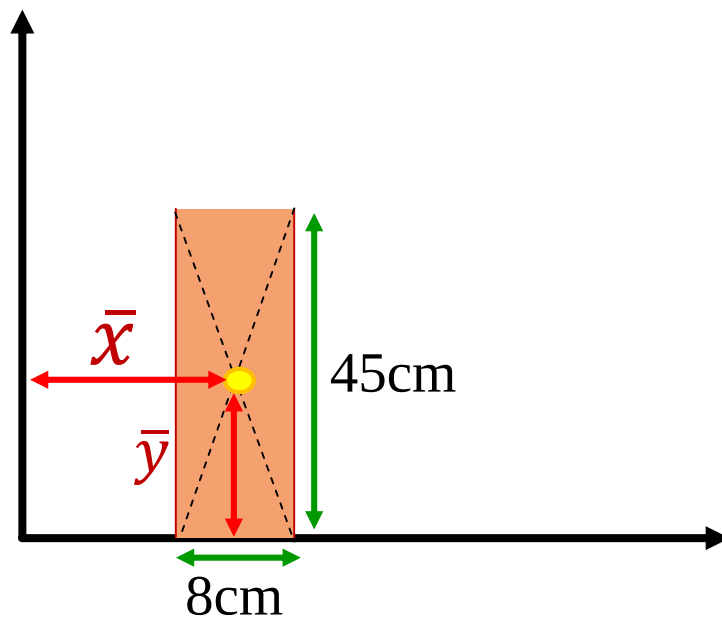
حل :





$$\begin{cases} \bar{X}_1 = 25cm \\ \bar{Y}_1 = 50cm \end{cases}$$

$$A_1 = (10)(50) = 500cm^2$$



$$\begin{cases} \bar{X}_2 = 25cm \\ \bar{Y}_2 = 22.5cm \end{cases}$$

$$A_2 = (8)(45) = 360cm^2$$



$$Q_x = A_1 \bar{Y}_1 + A_2 \bar{Y}_2 \Rightarrow$$

$$Q_x = (500)(50) + (360)(22.5) = 25000 + 8100 = 33100 \text{ cm}^3$$

$$Q_y = A_1 \bar{X}_1 + A_2 \bar{X}_2 \Rightarrow$$

$$Q_y = (500)(25) + (360)(25) = 12500 + 9000 = 21500 \text{ cm}^3$$

مرکز سطح سطوح مرکب :

✓ برای محاسبه مرکز سطح سطوح مرکب از روابط زیر استفاده می کنیم :

$$\bar{X} = \frac{A_1\bar{X}_1 + A_2\bar{X}_2 + A_3\bar{X}_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

$$\bar{Y} = \frac{A_1\bar{Y}_1 + A_2\bar{Y}_2 + A_3\bar{Y}_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

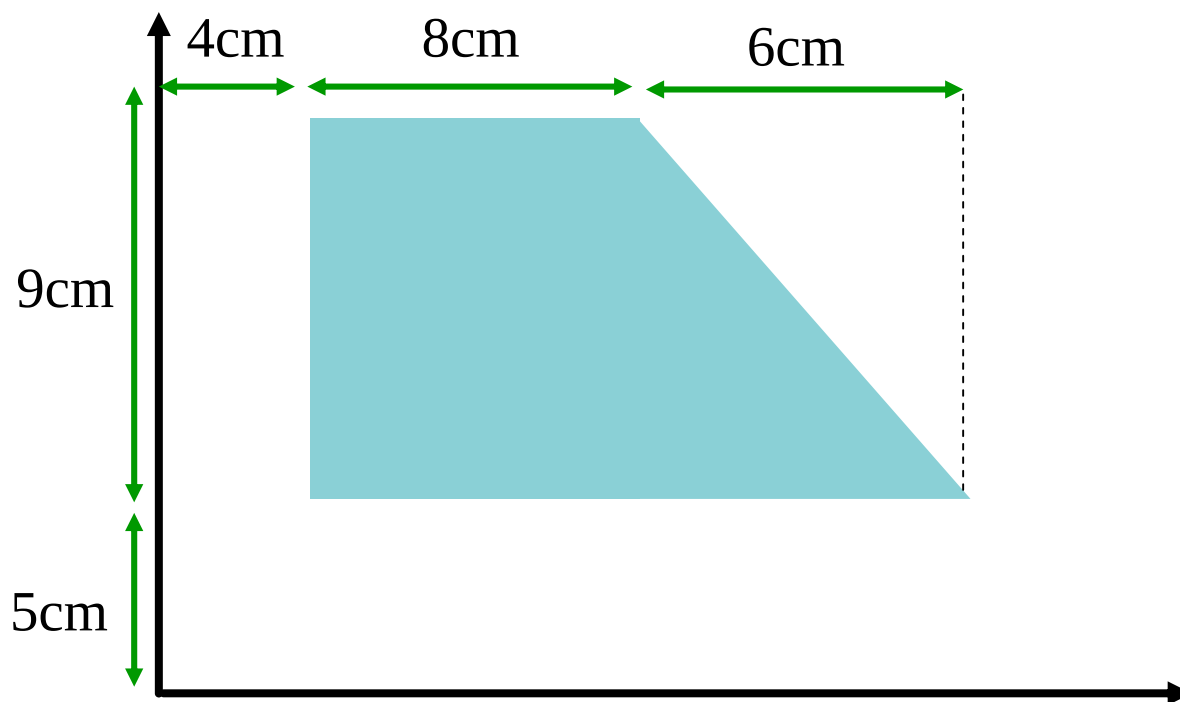
مثال: در مثال قبل مرکز سطح شکل را مشخص کنید.

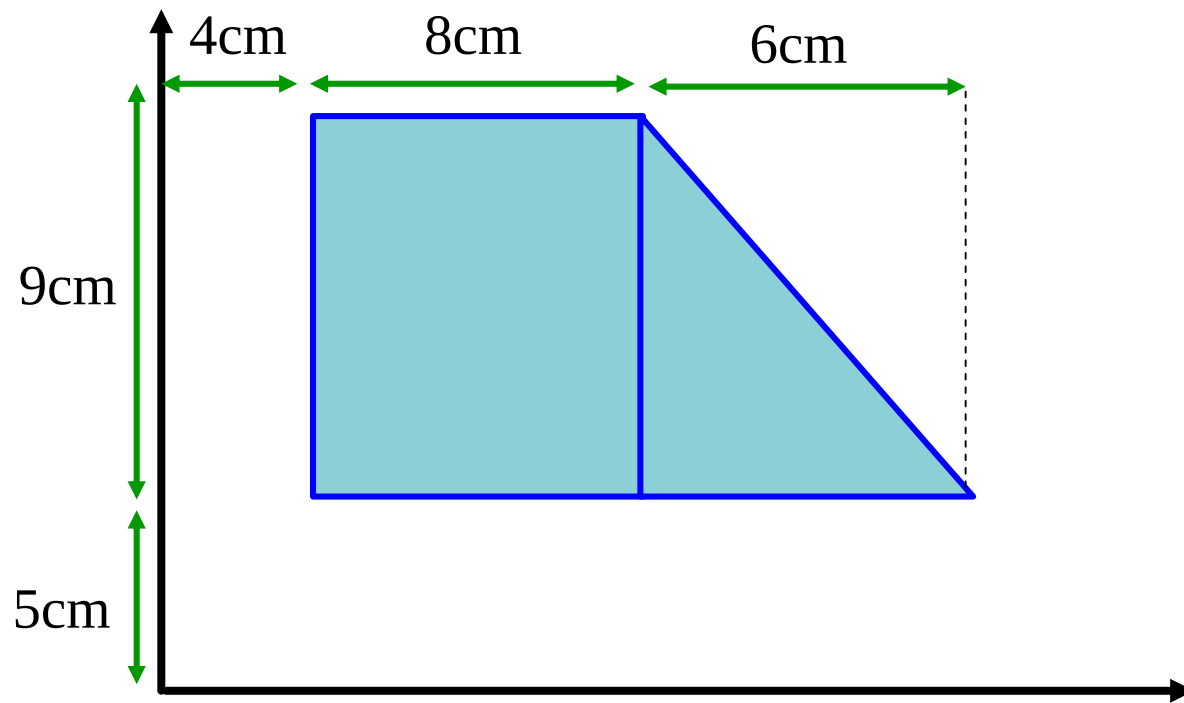
حل :

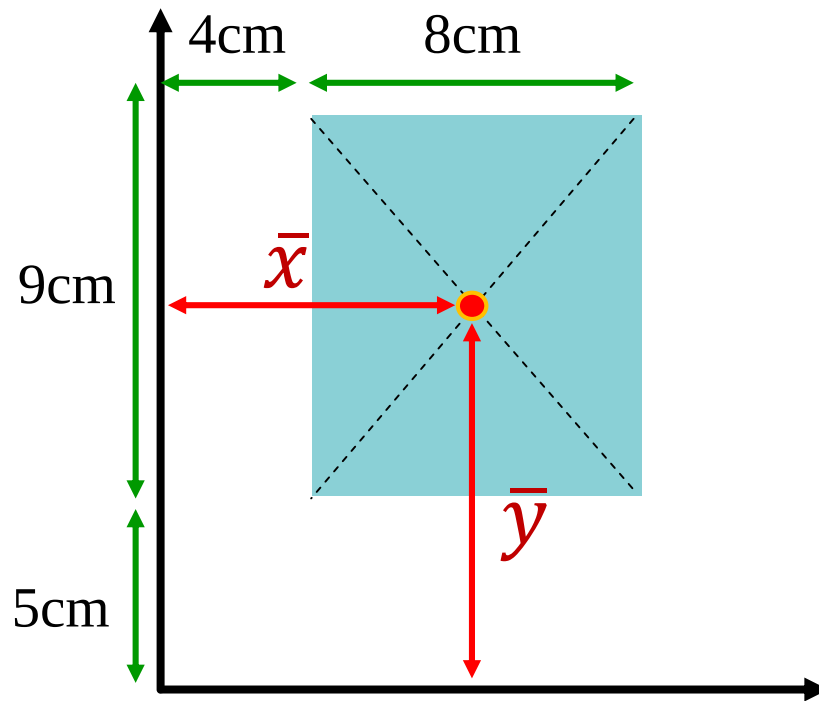
$$\bar{X} = \frac{A_1 \bar{X}_1 + A_2 \bar{X}_2}{A_1 + A_2} = \frac{(500)(25) + (360)(25)}{500 + 360} = 25cm$$

$$\bar{Y} = \frac{A_1 \bar{Y}_1 + A_2 \bar{Y}_2}{A_1 + A_2} = \frac{(500)(50) + (360)(22.5)}{500 + 360} = 38.49cm$$

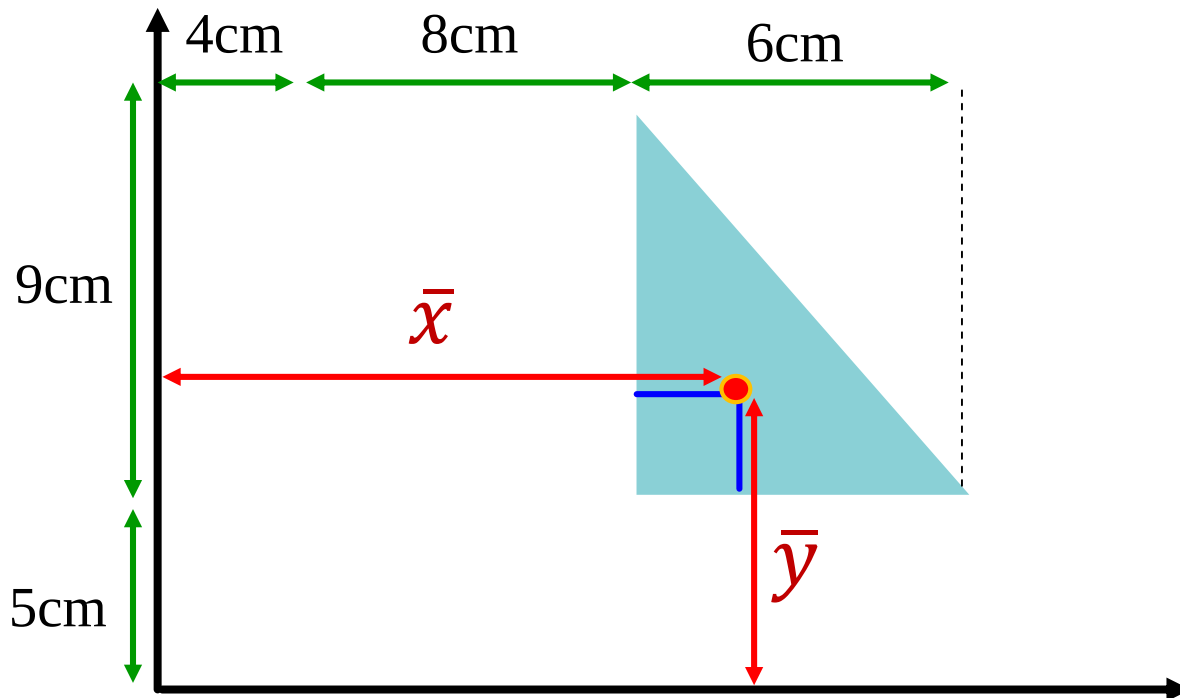
مثال: گشتاور اول سطح زیر را نسبت به محوره‌های X و Y محاسبه کنید.
مختصات مرکز سطح را بدست آورید.







$$\begin{cases} \bar{X}_1 = 8cm \\ \bar{Y}_1 = 9.5cm \end{cases}$$
$$A_1 = (8)(9) = 72cm^2$$



$$\begin{cases} \bar{X}_1 = 14cm \\ \bar{Y}_1 = 8cm \end{cases}$$

$$A_1 = \frac{(6)(9)}{2} = 27cm^2$$

$$Q_x = A_1 \bar{Y}_1 + A_2 \bar{Y}_2 \Rightarrow$$

$$Q_x = (72)(9.5) + (27)(8) = 900 \text{ cm}^3$$

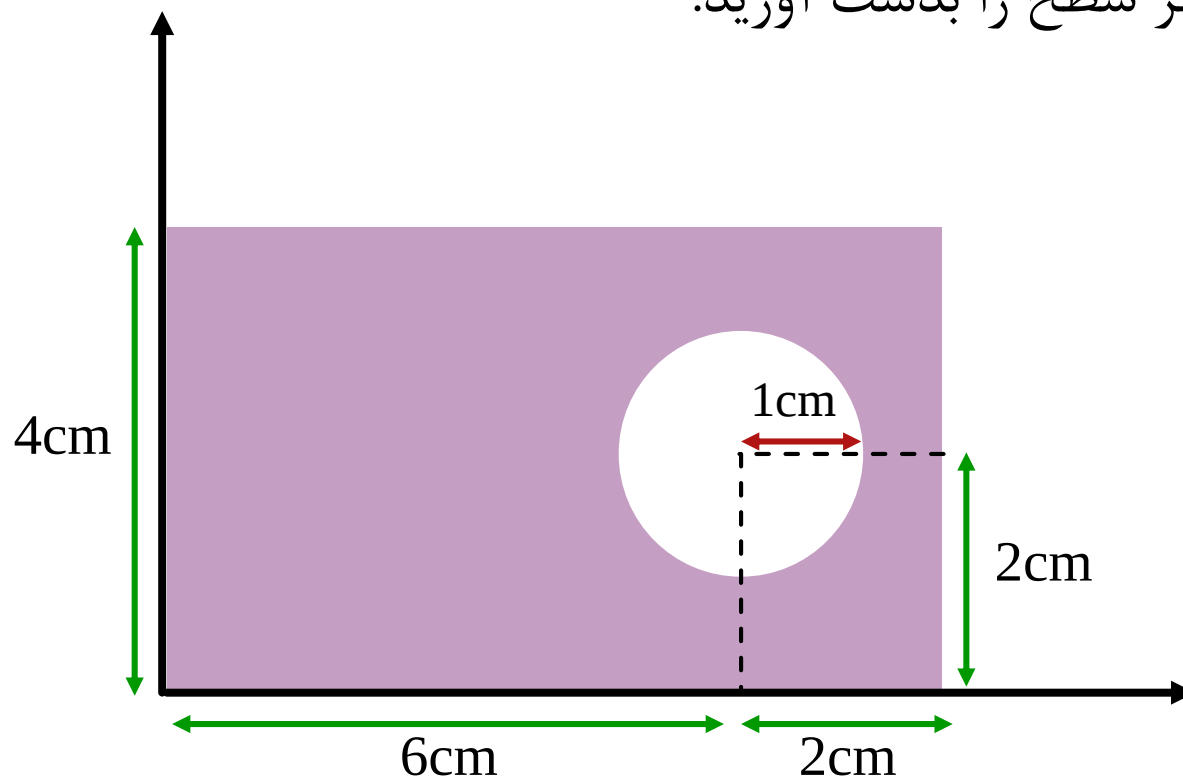
$$Q_y = A_1 \bar{X}_1 + A_2 \bar{X}_2 \Rightarrow$$

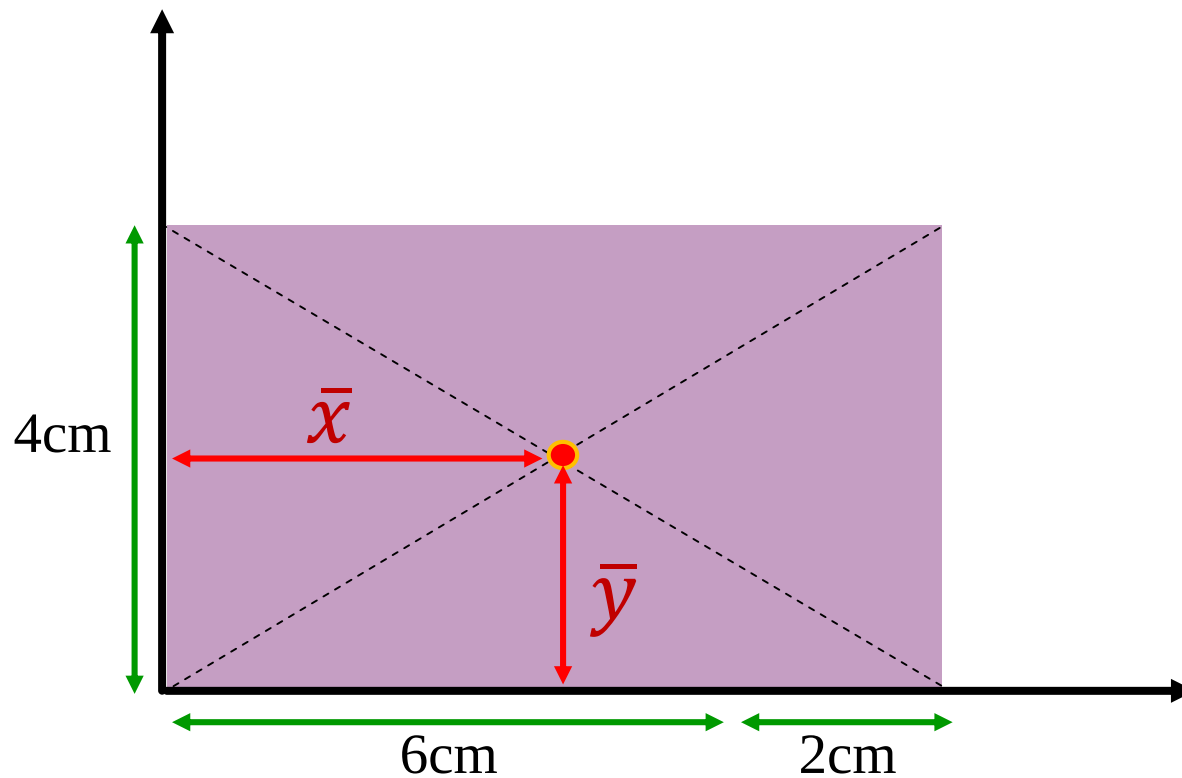
$$Q_y = (72)(8) + (27)(14) = 954 \text{ cm}^3$$

$$\bar{X} = \frac{A_1 \bar{X}_1 + A_2 \bar{X}_2}{A_1 + A_2} = \frac{954}{72 + 27} = 9.6 \text{ cm}$$

$$\bar{Y} = \frac{A_1 \bar{Y}_1 + A_2 \bar{Y}_2}{A_1 + A_2} = \frac{900}{72 + 27} = 9.09 \text{ cm}$$

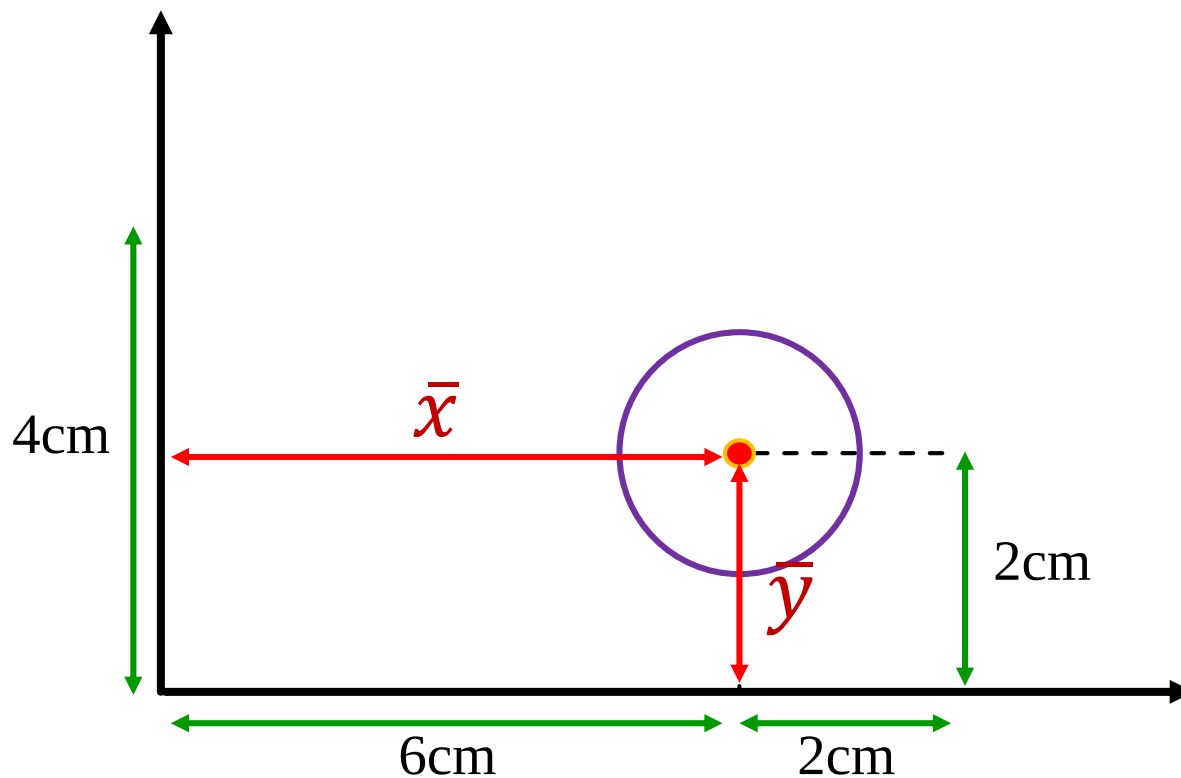
مثال: گشتاور اول سطح زیر را نسبت به محوره‌های X و Y محاسبه کنید.
مختصات مرکز سطح را بدست آورید.





$$\begin{cases} \bar{X}_1 = 4cm \\ \bar{Y}_1 = 2cm \end{cases}$$

$$A_1 = (4)(8) = 32cm^2$$



$$\begin{cases} \bar{X}_2 = 6cm \\ \bar{Y}_2 = 2cm \end{cases}$$

$$A_2 = -\pi r^2 = -(3)(1)^2 = -3cm^2$$